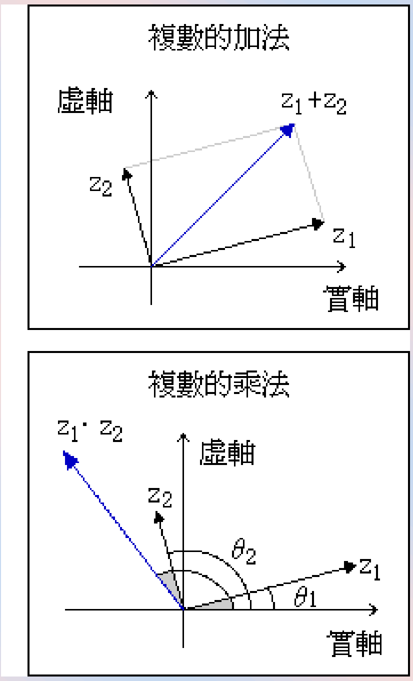
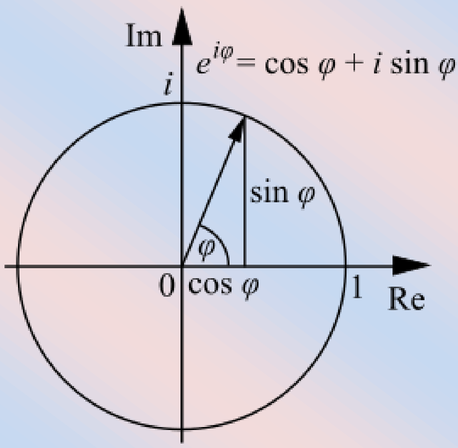
2017/2018 學年教學設計獎勵計劃

複數





參賽編號：C007

教學科目：數學

教育階段：高三

目次

簡介

複數，原意指一種「複合的數」，由實數和虛數單位i所組成。所有的複數都可表達成$a+bi$的形式。複數是數的擴充，它從實數跳出，進入一個新的學習領域。複數可分為代數形式和幾何形式兩種，在本章會先講代數形式的表示方法和相關運算，再講幾何形式的表示方法和相關運算，最後幾何又回歸代數的解方程。複數內容在基本學力要求上沒有列明，只是在學習大綱上有要求，但卻是澳門四校聯考附加卷大綱的重要內容之一，在台灣高校聯考和內地聯考上也經常出現相關內容的考題。因此，本節會重點偏向講解大學要求的考題和考點。

【教學目標】:

教學要求	基本學力要求
1. 知道複數的概念及其代數、幾何表示方法。	
2. 會進行複數的四則運算。	
3. 會解複數集內的方程。	
4. 會解複數極式的乘除、乘方、開方。	
5. 理清複數概念知識，清晰用圖表示出來。	
6. 能利用學習內容進行知識判斷，加強學習水平。	
7. 提高思維，擴展練習，與高考接軌。	

【主要內容】:

1. 概念圖分享
2. 複數的代數、幾何運算
3. 解複數方程
4. 複數極式的乘除、乘方、開方
5. 小組合作討論複數的常見問題
6. 升大模擬題

【設計創意和特色】:

1. 提前預習，繪畫概念圖；
2. 概念圖分享，加強概念理解；
3. 課前小測，掌握學生情況；
4. 小組討論，分析常見問題；
5. 升大練習，為升大做準備。

【教學進度表】:

2017 年 12 月 4 日 8:35-9:15	複數的概念及其表示方法
2017 年 12 月 4 日 9:20-10:00	複數的運算(一)
2017 年 12 月 5 日 8:35-9:15	複數的運算(二)
2017 年 12 月 5 日 15:50-16:30	複數的極式(一)
2017 年 12 月 6 日 15:05-15:45	複數的極式(二)

教案

複數的概念及其表示方法

教學目標：

知識目標：

1. 知道複數的概念；
2. 知道複數的兩種表示方法；
3. 知道複數的性質;

情意目標：

1. 希望通過預習，繪畫概念圖，使學生養成良好學習習慣；
2. 希望通過小組合作，使學生融入群體學習，學會互相幫忙合作；

技能目標：

1. 能清楚算出複數在滿足什麼條件時是實數、虛數、純虛數。
2. 掌握複數與複平面上對應的點一一對應的應用。

教學重點：

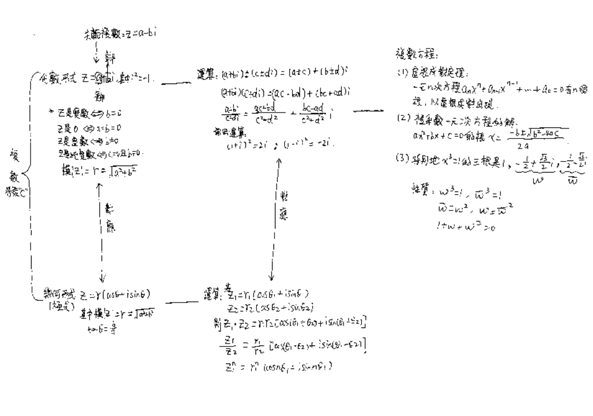
1. 通過分享概念圖，以增強對複數概念的了解與記憶；
2. 小組討論並解決複數的相關題型。

教學難點：

1. 複數題型的解決方法與技巧。

教學內容：

具體教學過程	時間	設計意圖
A. 課前預習，繪製概念圖： 請同學們預習高三補充教材(上冊)P. 111-116，將複數的所有概念、性質、表示方法以及運算法則等清楚地用關係圖表示出來，並加以整理與記憶。	課前完成	事先安排學生回家預習的好處是學生可以回顧高二學複數時的知識以及了解將要學習的內容，更重要的是希望學生能養成自主學習的習慣，以達到對知識有更好的記憶。
B. 概念圖分享，建構知識網絡： 抽同學將自己繪製的概念圖投影出來，要求講述概念圖的設計原理、性質、各部分概念、運算法則，以及各部分概念之間的聯繫； 其餘的同學則對這些概念圖提出問題與建議，可以是知識上修改或是排版上的建議等。	15分鐘	學生分享概念圖，一方面可以集結所有概念圖的優點，使概念圖得以完善；另一方面可以透過分享，讓更多學生對將要學習的概念有更進一步的了解，增強對知識的記憶。

		
C. 小組合作，分析常見問題： 小組討論以下 5 個例題，每組每題派一名代表發言討論結果，討論結果包括答案以及解題思路與方法。 例 1. 以下各數中，哪些是實數，哪些是虛數，哪些是純虛數： $2+\sqrt{7}$, 0.618, $\frac{2}{7}i$, 0, i, i^2, $5i+8$, $i(1-\sqrt{3})$ **【解題要點】**：本題的重點在於對實數、虛數、純虛數概念的理解。實數⇔虛部 $b=0$，虛數⇔虛部 $b\neq 0$，純虛數⇔實部 $a=0$ 且虛部 $b\neq 0$。因此可將上式全部變成 $a+bi$ 的形式，再進行判斷。$2+\sqrt{7}=(2+\sqrt{7})+0i$，$0.618=0.618+0i$，$\frac{2}{7}i=0+\frac{2}{7}i$，$0=0+0i$，$i=0+1i$，$i^2=-1=-1+0i$，$i(1-\sqrt{3})=0+(1-\sqrt{3})i$。 **【正確解題】**： 解：實數：$2+\sqrt{7}$、$0.618$、$0$、$i^2$； 虛數：$\frac{2}{7}i$、$i$、$5i+8$、$i(1-\sqrt{3})$； 純虛數：$\frac{2}{7}i$、$i$、$i(1-\sqrt{3})$。 例 2. 實數 m 取什麼值時，複數 $Z=(m^2+4m-21)+(m^2-5m+6)i$ 是實數、虛數、純虛數？ **【解題要點】**：本題的重點在於對實數、虛數、純虛數概念的理解與一元二次方程求解。實數⇔虛部 $b=0$，虛數⇔虛部 $b\neq 0$，純虛數⇔實部 $a=0$ 且虛部 $b\neq 0$。另外，要注意	25 分鐘	此部分流程：學生小組討論➔分享答案和思路➔老師總結，小組討論可以加強學生合作學習能力，希望減少優等生與後進生之間的差距；以學生自主學習為主，老師輔導為輔的教學方法。另外，5 個例題都比較簡單，主要用來加強對複數概念形式的理解。

註解 [(常見錯誤)1]: 通常會把它歸為純虛數。

“or”和“and”在數學中的用法。

【正確解題】:

解:實數⇔虛部 $b=0 \Leftrightarrow (m^2-5m+6)=0 \Leftrightarrow (m-2)(m-3)=0$ $\Leftrightarrow m=2 or m=3$;

虛數⇔虛部 $b\neq 0 \Leftrightarrow (m^2-5m+6)\neq 0 \Leftrightarrow (m-2)(m-3)\neq 0 \Leftrightarrow$ $m\neq 2 and m\neq 3$;

純虛數⇔實部 $a=0$ 且虛部 $b\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases}(m^2+4m-21)=0\\(m^2-5m+6)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases}(m+7)(m-3)=0\\(m-2)(m-3)\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=-7 or m=3\\m\neq 2 and m\neq 3\end{cases} \Leftrightarrow m=-7$。

例 3. 求適合於方程 $(3x+2y)+(x-y)i=12-i$ 的實數 x,y。

【解題要點】:本題的重點在於對複數代數形式實部和虛部定義的了解。明顯地,若 $a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c,b=d$ 成立。

【正確解題】:

解:$(3x+2y)+(x-y)i=12-i \rightarrow \begin{cases}3x+2y=12\\x-y=-1\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$。

例 4. 求值:

(1) $i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{2017}=?$

(2) $i\cdot i^2\cdot i^3\cdot i^4\cdots\cdots i^{2017}=?$

【解題要點】:本題的重點在於對純虛數 i 的規律的了解。

$i^1=i$,$i^2=-1$,$i^3=i^2\times i=-1\times i=-i$,$i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1$,

$i^5=i^4\times i=1\times i=i$,$i^6=i^4\times i^2=1\times(-1)=-1$,

$i^7=i^6\times i=(-1)\times i=-i$,$i^8=(i^4)^2=(1)^2=1$,……,不難發現虛數 i 有四個單位為一個循環的規律。既而發現:

$i+i^2+i^3+i^4=0$,$i\cdot i^2\cdot i^3\cdot i^4=-1$。

【正確解題】:

解:

$$\begin{aligned}&i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{2017}\\&=i+(i^2+i^3+i^4+i^5)+\cdots+(i^{2014}+i^{2015}+i^{2016}+i^{2017})\\&=i+0+0+\cdots+0\\&=i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&i\cdot i^2\cdot i^3\cdot i^4\cdots\cdots i^{2017}\\&=i\cdot(i^2\cdot i^3\cdot i^4\cdot i^5)\cdots\cdots(i^{2014}\cdot i^{2015}\cdot i^{2016}\cdot i^{2017})\\&=i\cdot(-1)\cdot(-1)\cdots\cdots(-1)\\&=i\cdot(-1)^{\frac{2016}{4}}=i\cdot 1=i\end{aligned}$$

註解 [(常見錯誤)2]: 通常出現用“or”。

註解 [(簡便方法)3]: 從後面較大數開始 4 個為一組,計算較簡便。

例 5. 實數 m 取什麼值時，複數 $(m^2-8m+15)+(m^2-5m-14)i$ 對應的點 (1)位於第一、三象限？(2)位於第四象限？ **【解題要點】：**本題的重點在於複數與複平面上點的對應關係的理解。在複平面上，複數實部對應實軸，虛部對應虛軸，因此複數在複平面上的對應點可根據實部與虛部的符號判斷。第一、三象限$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}\text{or}\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}\Leftrightarrow ab>0$。第四象限$\Leftrightarrow$ $\begin{cases}a>0\\b<0\end{cases}$。 **【正確解題】：** 解： (1)第一、三象限$\Leftrightarrow ab>0\Leftrightarrow(m^2-8m+15)(m^2-5m-14)>0$ $\Leftrightarrow(m-3)(m-5)(m-7)(m+2)>0\Leftrightarrow$ $m<-2\text{ or }m>7\text{ or }3<m<5$ (2)第四象限$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-8m+15>0\\m^2-5m-14<0\end{cases}\rightarrow$ $\begin{cases}(m-3)(m-5)>0\\(m-7)(m+2)<0\end{cases}\rightarrow -2<m<3\text{or}5<m<7$。		
D. 歸納小結，知識回饋： 這節課講了複數的概念、表示方法、性質以及複數的簡單題目，下一節一開始將會安排小測，然後講解複數的運算法則。希望大家好好準備下一節課的小測。	1 分鐘	簡單總結這節課的知識點和下節課的安排，不僅能鞏固知識，而且能讓學生提早知悉下一節要做什麼，為下節課做好準備。
E. 佈置功課，鞏固知識： 校本教材 P. 115　練習第 1-5 題		鞏固配套練習。

註解 [(解題要點)4]: 將規律找出，以同等意義表示，減少計算量。

註解 [(分析)5]: 取不等式組交集

版書：

<table>
<tr>
<td>複數的概念及其表示方法
例 1. 以下各數中，哪些是實數，哪些是虛數，哪些是純虛數：
$2+\sqrt{7}$， 0.618， $\frac{2}{7}i$， 0， i， i^2，
$5i+8$， $i(1-\sqrt{3})$
解：</td>
<td>例 2. 實數 m 取什麼值時，複數
$Z=(m^2+4m-21)+(m^2-5m+6)i$
是實數、虛數、純虛數？
解：</td>
<td>例 3. 求適合於方程
$(3x+2y)+(x-y)i=12-i$
的實數 x, y 。
解：</td>
</tr>
<tr>
<td>例 4. 求值：
(1) $i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{2017}=?$
(2) $i\cdot i^2\cdot i^3\cdot i^4\cdot\cdots\cdot i^{2017}=?$
解：</td>
<td colspan="2">例 5. 實數 m 取什麼值時，複數
$(m^2-8m+15)+(m^2-5m-14)i$ 對應的點
(1)位於第一、三象限？(2)位於第四象限？
解：</td>
</tr>
</table>

複數的運算(一)

教學目標：

- **知識目標：**
  1. 知道複數的四則運算法則；
  2. 知道複數的一些常用公式；
- **情意目標：**
  1. 希望通過預習，使學生養成良好學習習慣；
  2. 希望通過小組合作，使學生融入群體學習，學會互相幫忙合作；
- **技能目標：**
  1. 能準確進行複數的四則運算；
  2. 提升複數的計算能力；

教學重點：

1. 進行複數的四則運算；

教學難點：

1. 結合其它概念，提升複數的計算能力。

教學內容：

具體教學過程	時間	設計意圖
A. 課前小測，總結回饋： 判斷下列對錯，並將錯誤改正： 1. $(x-2)+yi$ 和 $3x+i$ 是共軛複數，則 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$。 Ans:(F), 則 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$ 2. $(i-i^3)^2$ 的虛部是 1。 Ans:(F), 虛部是 0 3. 設 $m\in R$，複數 $Z=(2+i)m-(1-2m)i$，當 $m=\frac{1}{2}$ 時，Z 是實數。 Ans:(F), 當 $m=\frac{1}{3}$ 時，Z 是實數 4. 當 $m=2$ 時，$(3m-2)+(m-1)i$ 的模是 $\sqrt{17}$。 Ans:(T)	5 分鐘	小測意圖有二：一是想測試學生對上節課的內容的掌握程度，二是如果學生掌握有問題，可以即時補救。
B. 例題賞析，掌握精髓： 例 1. 計算下列各式：	15	這部分流程：學生小組合作解題(8min)➔交

(1) $(2-3i)+(3+i)-(-5+2i)$

(2) $(1-i^2)+(2-i^3)+(3-i^5)+(4-i^6)$

(3) $(1-2i)(3+4i)(5-6i)$

(4) $\frac{(3+i)^2}{1+i}-\frac{(1-3i)^2}{1-i}$

(5) $\frac{1}{2i+\frac{1}{2i+\frac{1}{i}}}$

(6) $[\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}]^{101}$

【解題要點】：本題的重點在於複數的四則運算法則。複數的加減重在合並同類項，分別把實數和純虛數合並就可算出；複數的乘法可先用乘法分配率去括號，再利用加減法法則；複數的除法重在分母實數化，分母實數化的操作是分子分母同乘以分母的共軛複數，進而利用複數乘法法則，最後利用複數加減法則。

【正確解題】：

解：(1) $(2-3i)+(3+i)-(-5+2i)=(2+3+5)-(3i-i+2i)$

$=10-4i$

(2) $(1-i^2)+(2-i^3)+(3-i^5)+(4-i^6)$

$=(1+1)+(2+i)+(3-i)+(4+1)$

$=(1+1+2+3+4+1)+(i-i)$

$=12$

(3) $(1-2i)(3+4i)(5-6i)=(3+4i-6i+8)(5-6i)$

$=(11-2i)(5-6i)=55-66i-10i-12=43-76i$

(4) $\frac{(3+i)^2}{1+i}-\frac{(1-3i)^2}{1-i}=\frac{(3+i)^2(1-i)}{(1+i)(1-i)}-\frac{(1-3i)^2(1+i)}{(1-i)(1+i)}$

$=\frac{(9+6i-1)(1-i)}{2}-\frac{(1-9-6i)(1+i)}{2}$

$=\frac{8-8i+6i+6}{2}-\frac{-8-8i-6i+6}{2}=\frac{14-2i+2+14i}{2}$

$=\frac{16+12i}{2}=8+6i$

(5) $\frac{1}{2i+\frac{1}{2i+\frac{1}{i}}}=\frac{1}{2i+\frac{1}{2i-i}}=\frac{1}{2i+\frac{1}{i}}=\frac{1}{2i-i}=\frac{1}{i}=-i$

分鐘

換批改(2min)➔分享答案、思路與解法

這些例題重在加強學生的運算能力，由於複數的四則運算和以前的實數體系大致相同，只是在除法運算有共軛複數的概念，但相對簡單，因此可以讓學生小組合作完成例題，有問題或需要注意的地方，老師可從旁指點。

註解 [(分析)6]: 合並同類項

註解 [(分析)7]: 去括號

註解 [(分析)8]: 分子子母同乘以分母的共軛複數

註解 [(分析)9]: 用了三次運算

$\frac{1}{i}=-i$

(6) $[\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}]^{101}=\left[\frac{(1+\sqrt{3}i)^2}{(1-\sqrt{3}i)(1+\sqrt{3}i)}\right]^{101}=\left[\frac{-2+2\sqrt{3}i}{4}\right]^{101}$

$=\left[\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right]^{101}=\omega^{101}=\omega^2=\varpi=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

例 2. 已知複數 Z 滿足 $|Z|-Z=\frac{2}{1-i}$，求 Z 及 $\overline{Z}$ 。

【解題要點】：本題的重點在於怎樣設題。由於複數 Z 未知的，要想直接求，根本無從下手。因此可設複數 Z 為代數形式 $Z=a+bi$。利用複數四則運算求出 a、b，進而求出 Z 。

【正確解題】：

解：設 $Z=a+bi$，則 $|Z|-Z=\frac{2}{1-i}$

➔ $|a+bi|-(a+bi)=\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}$

➔ $\sqrt{a^2+b^2}-a-bi=1+i$

比較兩邊實部和虛部，有：$\begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}-a=1\\ -b=1\end{cases}$ ➔ $\begin{cases}a=0\\ b=-1\end{cases}$

所以 $Z=-i$，$\overline{Z}=i$ 。

例 3. 若 $|Z_1|=10$，$Z_2=6+8i$，且 $Z_1\cdot Z_2$ 在複平面上對應的點在虛軸上，那麼 $Z_1=?$

【解題要點】：本題的重點在複數在複平面上對應的點的掌握。已知 $Z_1\cdot Z_2$ 在複平面上對應的點在虛軸上🡐先求出 $Z_1\cdot Z_2$ 的值和弄清楚虛軸的本質是實部等於 0🡐設 $Z=a+bi$，歸咎於例 2。

【正確解題】：

解：設 $Z_1=a+bi$，則 $Z_1\cdot Z_2=(a+bi)(6+8i)$

$=(6a-8b)+(8a+6b)i$

因為 $Z_1\cdot Z_2$ 在複平面上對應的點在虛軸上，

所以 $6a-8b=0\cdots(1)$

因為 $|Z_1|=10$，所以 $\sqrt{a^2+b^2}=10\cdots(2)$

解方程組(1)(2)有 $a=\pm8$，$b=\pm6$

所以 $Z_1=8+6i or -8-6i$ 。

註解 [(分析)10]:
$\omega=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$,
$\omega^3=1,\omega^2=\varpi$

註解 [(分析)11]:
複數的模 $=\sqrt{a^2+b^2}$

C. 小組合作，加強練習：		
1. 計算：(1) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1998}$　(2) $\frac{i-2}{1+i+\frac{i}{i-1}}$ (3) $\frac{3-4i}{1+2i}+(4+i^{15})-(1-i)^{10}$　(4) $(3-2i)\frac{(1+i)^3}{1-i}$ 2. 求 Z：(1) $\lvert\bar{Z}\rvert+Z=3-\sqrt{3}i$　(2) $Z\cdot\bar{Z}+\bar{Z}=6-2i$ 3. 已知 Z 滿足 $Z^3=27$，則 $Z^3+2Z^2+6Z+10=?$ 4. 複數 Z 的共軛複數的虛部為 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 模為 $\frac{1}{2}$，求 Z。	20 分鐘	這部分是例題的配套練習和加強練習。用來鞏固複數的運算，加強學生計算能力。
D. 歸納小結，知識回饋： 這節課講了複數的四則運算以及相關練習。希望大家能細心一點，在這部分內容上切勿出現錯誤。下一節一開始將會安排小測，然後在複數範圍內解一元二次方程或一元高次方程，最後加入高考題供學生練習。希望大家好好準備下一節課的小測。	1 分鐘	簡單總結這節課的知識點和下節課的安排，不僅能鞏固知識，而且能讓學生提早知悉下一節要做什麼，為下節課做好準備。
E. 佈置功課，鞏固知識： 校本教材 P.116　練習 7-10		鞏固配套練習。

版書：

複數的運算(一) 例 1. 計算下列各式： (1) $(2-3i)+(3+i)-(-5+2i)$ (2) $(1-i^2)+(2-i^3)+(3-i^5)+(4-i^6)$ (3) $(1-2i)(3+4i)(5-6i)$ (4) $\frac{(3+i)^2}{1+i}-\frac{(1-3i)^2}{1-i}$ (5) $\frac{1}{2i+\frac{1}{2i+\frac{1}{i}}}$　(6) $[\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}]^{101}$ 解：	例 2. 已知複數 Z 滿足 $\lvert Z\rvert-Z=\frac{2}{1-i}$，求 Z 及 $\bar{Z}$。 解：	例 3. 若 $\lvert Z_1\rvert=10$，$Z_2=6+8i$，且 $Z_1\cdot Z_2$ 在複平面上對應的點在虛軸上，那麼 $Z_1=?$ 解：

複數的運算(二)

教學目標：

知識目標：

1. 知道複數的四則運算法則；
2. 知道複數的一些常用公式；
3. 知道在複數範圍內解一元二次方程和一元三次方程的解的方法；

情意目標：

1. 希望通過預習，使學生養成良好學習習慣；
2. 希望通過小組合作，使學生融入群體學習，學會互相幫忙合作；

技能目標：

1. 能準確進行複數的四則運算；
2. 能準確在複數範圍內解一元二次方程和一元三次方程的解；
3. 提升複數的計算能力；

教學重點：

1. 在複數範圍內解一元二次方程和一元三次方程的解；
2. 解複數在高考上的題型；

教學難點：

1. 在複數範圍內解一元二次方程和一元三次方程的解的計算技巧。

教學內容：

具體教學過程	時間	設計意圖
A. 課前小測，總結回饋： 判斷下列對錯，並將錯誤改正： 1. $(i-\frac{1}{i})^6$ 的值為-2。 Ans:(F), 值為 2 2. 已知複數 Z 滿足 $Z+\lvert\overline{Z}\rvert=3-2i$ ，則 $Z=\frac{5}{6}-2i$ 。 Ans:(T) 3. 已知 $Z=\frac{(3+4i)(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)}{(\sqrt{3}-i)\cdot\sqrt{5}i}$ ，$\lvert Z\rvert=\sqrt{5}$ 。 Ans:(T)	5 分鐘	小測意圖有二：一是想測試學生對上節課的內容的掌握程度，二是如果學生掌握有問題，可以即時補救。
B. 例題賞析，掌握精髓； 例 1. 在複數範圍內解方程： (1) $ix^2+(1+i)x+1=0$ (2) $2x^2-5x+2+(x^2-x-2)i=0$	15 分鐘	這部分流程：學生小組合作解題(10min)(老師從旁協助)➔分享答

【解題要點】：本題的重點在於一元二次求根公式的應用，在複數中會出現偶次方根里是負數的情況，是有意義的，需借助 $(1+i)^2=2i$，$(1-i)^2=-2i$ 常用公式開根號以達到化簡。 【正確解題】： 解：(1) $ix^2+(1+i)x+1=0$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-1-i\pm\sqrt{(1+i)^2-4i}}{2i}=\frac{-1-i\pm\sqrt{-2i}}{2i}$ $=\frac{-1-i\pm(1-i)}{2i}$ $x=-1 or i$ (2) $2x^2-5x+2+(x^2-x-2)i=0$ $(2+i)x^2-(5+i)x+2-2i=0$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5+i\pm\sqrt{(5+i)^2-4(2+i)(2-2i)}}{2(2+i)}$ $=\frac{5+i\pm\sqrt{24+10i-24+8i}}{2(2+i)}=\frac{5+i\pm\sqrt{9(1+i)^2}}{2(2+i)}$ $=\frac{5+i\pm(3+3i)}{4+2i}$ $x=2 or \frac{1-3i}{5}$ 例 2. $f(x)$ 是一個實系數的三次多項式，且 $f(i)=0$，$f(1+i)=5$，求 $f(x)$。 【解題要點】：本題的重點在於對因式定理和虛根成對定理的掌握。需要注意的是虛根成對定理的前提是該多項式必需是實系數。在題目中 $f(i)=0$ 說明多項式有因式 $x-i$，但注意 $f(1+i)=5$ 只能說明多項式除以 $1+i$ 的餘式是 5，非因式定理。 【正確解題】： 解：因為 $f(i)=0$，所有三次多項式有因式 $x-i$， 又因為三次多項式是實系數，根據虛根成對定理，三次多項式有因式 $x+i$ 所以 $f(x)=(x-i)(x+i)(ax+b)$ 因為 $f(1+i)=5$ 代入，有 $(1+i-i)(1+i+i)[a(1+i)+b]=5$ ➔ $(1+2i)[(a+b)+ai]=5$ ➔ $(a+b-2a)+(a+2a+2b)i=5$		案、思路與解法(5min) 例 1 重在加強學生的運算能力，例 2 重在加強學生對虛根成對定理的應用。在計算過程中可能會出現不會開根號的情況，以及在解例 2 時會出現找不到解題方法的情況，需老師多加啟發學生，引導學生去正確的思路，因此借這兩題例題希望能引起學生注意，加強思維能力。

註解 [(分析)12]: 運用公式 $(1-i)^2=-2i$

註解 [(分析)13]: 去括號、合並同類項

➔ $\begin{cases} b-a=5 \\ 3a+2b=0 \end{cases}$ ➔ $\begin{cases} a=-2 \\ b=3 \end{cases}$ 所以 $f(x)=(x-i)(x+i)(-2x+3)$		
C. 小組合作，加強練習： 1. 在複數範圍內解方程： (1) $x^2+1=0$　(2) $x^3-8=0$　(3) $x^2-(i-1)x-i=0$ 2. 設 $f(x)$ 為實系數三次多項式， $f(2+3i)=f(-1)=0$ 且 $f(1)=40$，試求 $f(x)$。	10 分鐘	這部分是例題的配套練習，用來鞏固複數的運算，加強學生計算能力。
D. 模擬高考，增強自信： 1. $\frac{1+2i}{1-2i}=?$（2018 年普通高等學校招生理科數學全國 II 卷統一考試） A. $-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$　B. $-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$　C. $-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$　D. $-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$ 2. 設 $Z=\frac{1-i}{1+i}+2i$，則 $\lvert Z\rvert=$?（2018 年普通高等學校招生理科數學廣東卷統一考試） A. 0　B. $\frac{1}{2}$　C. 1　D. $\sqrt{2}$ 3. 設 a、b 為實數，且滿足 $\frac{-13+11i}{a+bi}=1+3i$，試問 $a+b$ 的值為何？　（105 學年海外聯合招生試題） A. 3　B. 4　C. 5　D. 6　E. 7 4. 若複數 $\frac{a+3i}{1+2i}$ 是純虛數，則實數 a 的值是多少？（澳門四校聯考模擬題） A. -2　B. 4　C. -6　D. 6　E. -4 5. 設複數 Z 滿足 $(1-i)Z=2i$，則 Z＝?（澳門四校聯考模擬題） A. $-1-i$　B. $-1+i$　C. $1+i$　D. $1-i$　E. i 6. 令 $Z=\frac{\sqrt{3}+i}{2}$，則 $1+Z+Z^2+\cdots+Z^{11}$ 的值為何？（106 學年海外聯合招生試題） A. -1　B. 1　C. 0　D. i　E. $-i$	10 分鐘	本部分教學流程為：學生先自己解題(8 分鐘)➔小組核對答案且改錯，學生錯處分析及反思(2 分鐘)。這部分內容是高考模擬題及真題，難度較淺，主要測試學生對不等式計算的掌握程度，更重要的是藉此增強學生學習自信心，降低對高考題的恐懼之心。
E. 歸納小結，知識回饋： 這節課講了解複數方程的解的運算以及虛根成對定理的應用，最後安排了小組練習和練習高考題型。希望大家能細心一點，在這部分內容上切勿出現錯誤。下一節將開複數的極式，希望大家好好準備下一節課的內容。	1 分鐘	簡單總結這節課的知識點和下節課的安排，不僅能鞏固知識，而且能讓學生提早知悉下一節要做什麼，為下節課

註解 [(知識點)14]: 複數除法

註解 [(知識點)15]: 複數的模

註解 [(知識點)16]: 複數除法

註解 [(知識點)17]: 複數除法、純虛數定義

註解 [(知識點)18]: 複數乘法

註解 [(知識點)19]: 複數乘法

		做好準備。
F. 佈置功課，鞏固知識： 校本教材 P.126　練習 1-5		鞏固配套練習。

版書：

<table>
<tr><td rowspan="2">複數的運算(二)
例 1.在複數範圍內解方程：
(1) $ix^2+(1+i)x+1=0$
(2) $2x^2-5x+2+(x^2-x-2)i=0$
解：</td><td rowspan="2">例 2.　$f(x)$ 是一個實系數的三次多項式，且 $f(i)=0$，$f(1+i)=5$，求 $f(x)$。
解：</td><td>1.D</td><td>2.C</td><td>3.E</td></tr>
<tr><td>4.C</td><td>5.B</td><td>6.C</td></tr>
</table>

複數的極式(一)

教學目標：

- **知識目標：**
  1. 知道複數極式的表達式；
- **情意目標：**
  1. 希望通過預習，使學生養成良好學習習慣；
  2. 希望通過小組合作，使學生融入群體學習，學會互相幫忙合作；
- **技能目標：**
  1. 能準確進行複數的模與輻角主值的運算；
  2. 熟練將複數的代數形式化為極式的方法；

教學重點：

1. 將複數的代數形式化為極式；

教學難點：

1. 複數輻角主值的運算；

教學內容：

具體教學過程	時間	設計意圖
A. 回顧概念，激起記憶： 回顧本章複數極式的概念和公式。	課前完成	已安排學生回家自行重溫本節課複數極式的概念和公式，拾起記憶，為下面新課做準備。
B. 例題賞析，掌握精髓： 例 1. 求下列各式的輻角主值： (1) $\sqrt{3}+i$　(2) $-1+\sqrt{3}i$　(3) $-1-i$　(4) $1-i$ (5) 2　(6) i　(7) -3　(8) $-4i$ **【解題要點】**：本題的重點在於判斷複數對應點的象限以及角在不同象限的表示方法。第一象限角：θ，第二象限角：$\pi-\theta$，第三象限角：$\pi+\theta$，第四象限角：$2\pi-\theta$。而輻角主值是利用公式 $\tan\theta=\dfrac{b}{a}$ 去求的。 **【正確解題】**： 解：(1) $\tan\theta=\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$\sqrt{3}+i$ 對應點在第一象限， 所以 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$。	20 分鐘	這部分流程：老師先講解範例中的個別題目➔學生小組合作解範例中的剩餘題目➔分享答案、思路與解法。 這些例題重在加強學生的運算能力，由於化複數為極式的重點在於求複數的模和輻角主值，因此會將重點放在例 1，例 2 則把重點放在格式的書寫上。

(2) $\tan\theta=\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{-1}=-\sqrt{3}$，$-1+\sqrt{3}i$ 對應點在第二象限，

所以 $\theta=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$ 。

(3) $\tan\theta=\frac{b}{a}=\frac{-1}{-1}=1$，$-1-i$ 對應點在第三象限，

所以 $\theta=\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$ 。

(4) $\tan\theta=\frac{b}{a}=\frac{-1}{1}=-1$，$1-i$ 對應點在第四象限，

所以 $\theta=2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$ 。

(5) 2 對應的點在正實半軸，所以 $\theta=0$

(6) i 對應的點在正虛半軸，所以 $\theta=\frac{\pi}{2}$

(7) -3 對應的點在負實半軸，所以 $\theta=\pi$

(8) $-4i$ 對應的點在負虛半軸，所以 $\theta=\frac{3\pi}{2}$

例 2. 化下列各式為極式：

(1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$　　　　(2) $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

【解題要點】：本題的重點在於求複數的模和輻角主值。複數的模公式：$r=\sqrt{a^2+b^2}$ 。輻角主值則利用例 1 的方法進行求解。最後代入極式公式：$Z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ 。

【正確解題】：

解：(1) $r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(-\frac{\sqrt{2}}{2})^2+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=1$

$\tan\theta=\frac{b}{a}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}}=-1$，$-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 對應點在第二象限，

所以 $\theta=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$ 。

所以 $-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i=1(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4})$

註解 [(常見錯誤)20]: 通常出現沒有考慮象限對應的角的形式

註解 [(常見錯誤)21]: 通常出現沒有考慮象限對應的角的形式

註解 [(常見錯誤)22]: 通常出現沒有考慮象限對應的角的形式

註解 [(解題要點)23]: 根據圖像解題

註解 [(解題要點)24]: 根據圖像解題

註解 [(解題要點)25]: 根據圖像解題

註解 [(解題要點)26]: 根據圖像解題

註解 [(解題要點)27]:
$a+bi=\sqrt{a^2+b^2}(\cos\theta+i\sin\theta)$
$\tan\theta=\frac{b}{a}$

（2）$r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(-\frac{1}{2})^2+(-\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=1$ $\tan\theta=\frac{b}{a}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}=-\sqrt{3}$，$-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$對應點在第三象限， 所以$\theta=\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}$。 所以$-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i=1(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})$		
C. 小組合作，加強練習： 1.化下列極式為複數的代數形式： （1）$3\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$　　（2）$8(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6})$ 2.化下列代數形式為複數的極式： （1）$-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$　　（2）$\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$ （3）$-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$　　（4）$2+2i$	20 分鐘	這部分是例題的配套練習。用來鞏固化複數為極式的運算。
D. 歸納小結，知識回饋： 這節課講了複數輻角主值的運算以及如何化複數為極式。在化複數為極式的過程中要特別考慮象限。下一節一開始將會安排小測，然後講解複數極式的乘除、乘方、開方運算以及在複數範圍內解二項方程。希望大家好好準備下一節課的小測。	1 分鐘	簡單總結這節課的知識點和下節課的安排，不僅能鞏固知識，而且能讓學生提早知悉下一節要做什麼，為下節課做好準備。
E. 佈置功課，鞏固知識： 校本教材 P.126　練習 1-5		鞏固配套練習。

版書：

複數的極式(一) 例 1.求下列各式的輻角主值： （1）$\sqrt{3}+i$　　（2）$-1+\sqrt{3}i$ （3）$-1-i$　　（4）$1-i$ （5）2　　（6）i （7）-3　　（8）$-4i$ 解：	例 2. 化下列各式為極式： （1）$-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$　　（2）$-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 解：

複數的極式(二)

教學目標：

知識目標：

1. 知道複數極式的乘除運算法則；
2. 知道複數極式的乘方、開方法則；

情意目標：

1. 希望通過預習，使學生養成良好學習習慣；
2. 希望通過小組合作，使學生融入群體學習，學會互相幫忙合作；

技能目標：

1. 能準確進行複數極式的乘除、乘方、開方運算；
2. 能準確在複數範圍內解二項方程；

教學重點：

1. 複數極式的乘除、乘方、開方運算；
2. 在複數範圍內解二項方程；

教學難點：

1. 複數極式的開方運算；

教學內容：

具體教學過程	時間	設計意圖
A. 課前小測，總結回饋： 找出下列錯誤的地方，並將錯誤改正： (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 解：$r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2+(-\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=1$ $\tan\theta=\frac{b}{a}=\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=-1$，$\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 對應點在第二象限， 所以 $\theta=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$ 。 所以 $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i=\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}$ Ans:	5 分鐘	小測意圖有二：一是想測試學生對上節課的內容的掌握程度，二是如果學生掌握有問題，可以即時補救。

$\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 對應點在第二象限(第二象限改為第四象限) 所以 $\theta=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$ ($\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$ 改為 $2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$) 所以 $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i=\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}$ ($\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}$ 改為 $\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}$) (2) $-2-2i$ 解： $r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=2\sqrt{2}$ $\tan\theta=\frac{b}{a}=\frac{-2}{-2}=1$ 所以 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 。 所以 $-2-2i=2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$ Ans: 所以 $\theta=\frac{\pi}{4}$ ($\frac{\pi}{4}$ 改為 $\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$) 所以 $-2-2i=2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$ ($2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$ 改為 $2\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})$)		
B. 例題賞析，掌握精髓； 例 1. 計算下列各式： (1) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})\cdot\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$ (2) $4(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})\div 2(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$ **【解題要點】**：本題的重點在於複數極式的乘除法則： $r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)\cdot r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$ $=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2)]$ $r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)\div r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$ $=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)]$ **【正確解題】**： 解：(1) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})\cdot\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$	20 分鐘	這部分流程：學生小組合作解例 1、例 2（老師從旁協助），例 3 則由老師先示範解題➔分享例 1 和例 2 答案、思路與解法。 這些例題是本節課的重點，例 1 和例 2 相信可以小組完成，只需利用上一節課化複數為極式的內容和乘除、乘方、開方的運算法則即可。例 3 解方程需要複數開方的運算法則，而格式上有一定規定，所以由老師先示

$$=(\sqrt{2}\cdot\sqrt{3})[\cos(\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{6})+i\sin(\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{6})]$$

$$=\sqrt{6}[\cos(\frac{\pi}{4})+i\sin(\frac{\pi}{4})]$$

$$=\sqrt{6}[\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}]=\sqrt{3}+\sqrt{3}i$$

(2) $4(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})\div 2(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$

$$=(4\div 2)[\cos(\frac{4\pi}{3}-\frac{5\pi}{6})+i\sin(\frac{4\pi}{3}-\frac{5\pi}{6})]$$

$$=2[\cos(\frac{\pi}{2})+i\sin(\frac{\pi}{2})]$$

$$=2[0+i]=2i$$

例 2. 計算下列各式：

(1) $(\sqrt{3}-i)^6$　　　　(2) $1-i$ 的立方根

【解題要點】: 本題的重點在於複數極式的乘方、開方法則：

$[r(\cos\theta+i\sin\theta)]^n$

$=r^n[\cos(n\theta)+i\sin(n\theta)]$

$[r(\cos\theta+i\sin\theta)]$ 的 n 次方根

$=\sqrt[n]{r}[\cos\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)+i\sin\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)],k=0,1,2,\cdots,n-1$ ，但在用法則前需將複數化為極式形式。

【正確解題】:

解：(1) $r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}=2$

$\tan\theta=\frac{b}{a}=\frac{-1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，$\sqrt{3}-i$ 對應點在第四象限，

所以 $\theta=2\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{11\pi}{6}$ 。

所以 $\sqrt{3}-i=2(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6})$

$$(\sqrt{3}-i)^6=\left[2(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6})\right]^6=2^6(\cos 11\pi+i\sin 11\pi)$$

$$=64(-1+0i)=-64$$

(2) $r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{(1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$

範解題。

$\tan\theta=\frac{b}{a}=\frac{-1}{1}=-1$，$1-i$ 對應點在第四象限， 所以 $\theta=2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$ 。 所以 $1-i=\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$ $1-i$ 的立方根=$\sqrt[3]{\sqrt{2}}[\cos(\frac{\frac{7\pi}{4}+2k\pi}{3})+i\sin(\frac{\frac{7\pi}{4}+2k\pi}{3})]$ $=\sqrt[6]{2}[\cos(\frac{7\pi+8k\pi}{12})+i\sin(\frac{7\pi+8k\pi}{12})]$ $k=0,1,2$ $k=0$，$\sqrt[6]{2}[\cos(\frac{7\pi}{12})+i\sin(\frac{7\pi}{12})]$ $k=1$，$\sqrt[6]{2}[\cos(\frac{15\pi}{12})+i\sin(\frac{15\pi}{12})]$ $k=2$，$\sqrt[6]{2}[\cos(\frac{23\pi}{12})+i\sin(\frac{23\pi}{12})]$ 例 3. 在複數範圍內解方程 $x^5=32$ 。 **【解題要點】**：本題的重點在於複數極式的開方法則：求方程的解🡸化方程為極式，再利用開方法則求解。需要注意的是通常在最後寫解的時候，往往會出現計算的錯誤。 **【正確解題】**： 解： $x^5=32$ ➔ $x^5=32(\cos 0+i\sin 0)$ $x=\sqrt[5]{32}(\cos\frac{0+2k\pi}{5}+i\sin\frac{0+2k\pi}{5})$ $=2(\cos\frac{2k\pi}{5}+i\sin\frac{2k\pi}{5})$ $k=0,1,2,3,4$ $k=0$，$2[\cos(0)+i\sin(0)]=2$ $k=1$，$2[\cos(\frac{2\pi}{5})+i\sin(\frac{2\pi}{5})]$ $k=2$，$2[\cos(\frac{4\pi}{5})+i\sin(\frac{4\pi}{5})]$ $k=3$，$2[\cos(\frac{6\pi}{5})+i\sin(\frac{6\pi}{5})]$ $k=4$，$2[\cos(\frac{8\pi}{5})+i\sin(\frac{8\pi}{5})]$		
C. 小組合作，加強練習：		這部分是例題的配

註解 [(常見錯誤)28]: 常見代入計算錯誤。

註解 [(常見錯誤)29]: 切勿出現 k=1,2,3,4,5

註解 [(常見錯誤)30]: 常見代入計算錯誤。

1. 計算下列各式： (1) $(1+\sqrt{3}i)^4$　　(2) $-\sqrt{3}-i$ 的五次方根 2. 在複數範圍內解方程 $x^6=64$。	15 分鐘	套練習，用來鞏固複數極式的乘方、開方運算以及在複數範圍內解二項方程，加強學生計算能力。
D. 歸納小結，知識回饋： 這節課講了複數極式的乘除、乘方、開方運算以及在複數範圍內解二項方程。複數極式的乘除、乘方、開方運算的基礎是上一節課將複數化為極式的內容，而在複數範圍內解二項方程的基礎是複數極式的開方運算。因此可看出整個複數的基礎是將複數化為極式。希望大家好好掌握這部分的內容。	1 分鐘	簡單總結這節課的知識點，用來鞏固知識。
E. 佈置功課，鞏固知識： 校本教材 P. 128　練習 1-4		鞏固配套練習。

版書：

複數的極式(二) 例 1. 計算下列各式： (1) $\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})\cdot\sqrt{3}(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$ (2) $4(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})\div 2(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$ 解：	例 2. 計算下列各式： (1) $\left(\sqrt{3}-i\right)^6$ (2) $1-i$ 的立方根 解：	例 3. 在複數範圍內解方程 $x^5=32$。 解：

試教評估

本章內容在澳門高校入學試大綱中只有在附加卷中有要求，並且內地和台灣入學試中只有出現過複數的代數形式的簡單運算，而本校考附加卷的同學人數較少，因此本章內容會偏重於大學入學試大綱要求內容，如複數的代數形式四則運算以及複數極式的運算，至於需背誦的概念與公式的推導則由學生自行預習和了解，課前並不安排“引入新課”的環節，而是以“小測”代之。本單元共分為五節課，分別是複數的概念及其表示方法一節、複數的運算兩節以及複數的極式兩節，教學重點包括複數的代數形式和極式的運算以及高考試題的練習。

課前評估

試教過程中我們先做了課前評估。在本章第一節課之前安排了課前預習，繪製概念圖，把整單元所涉及到的概念、公式等都羅列出來，用以協助學生回想和了解已有知識，再結合大學考試大綱要求，擬訂合適的教學目標。

進展性評估

在第一節課安排了概念圖的分享環節，學生根據自己所繪的概念圖，分組加以總結歸納，並向全班同學介紹概念圖的設計特色、概念、公式等，其他組別的同學則對該概念圖與學生的分享進行修改與建議。另外，本章也有安排高考試題，學生在解題時可以清楚知道自己的程度定位。

總結性評估

基本上在每節課開始之前都會安排小測，主要小測內容是測試學生對上一節所學內容的掌握程度，並做及時回饋。小測的分數依據答對題數定分，答對一題得 1 分，答錯不扣分。根據老師自己所定的指標，只有答對八成才算合格。

在總結性評估中發現，有近九成的學生達到合格水平或以上，有零點五成以下的學生分數偏低，說明學生基本掌握上課所學內容，但也有個別學生需要重點關注。

安排輔導

在單元完成之後，老師會總結學生的小測累積成績，學生累積成績未達總分數八成或以上的，會安排到升大輔導班進行進一步輔導，輔導內容主要針對學生有常犯錯誤的知識點以及高考重點內容進行練習。

高校成績

我校高三學生在今年四校聯考中取得良好成績，其中最高分達 986，平均分達 753，較上年平均分提高 73.4 分，由上述數據可見，生本教學，自主探究討論與操練，老師從旁指導和協助的教學模式適合本校學生發展。

反思建議

反思：

1. 教學目標是否符合學生發展？

　　教學目標分為知識目標、情意目標和技能目標三個部分，知識目標重在培養學生對概念和運算法則的了解；情意目標重在培養學生預習習慣、團隊合作精神以及解題信心；技能目標重在培養學生對知識的應用能力以及提升解題能力。因此，教學目標符合學生智能、心理、技能等多方面的發展。

2. 教學策略是否合適？
   - 在本節課之前老師已安排學生回家將本章所有的概念、公式、運算法則用概念圖表示出來。考慮到學生的自覺性問題，若是直接安排學生回家預習，相信只有極少數同學會去做，因此布置了概念圖的功課，並要求學生分享概念圖，學生為了功課，不得已也會去翻起課本去完成。
   - 基本上在每一節課前都會安排小測，主要是測試學生對上一節內容的掌握程度，進行補救教學以及取代傳統教學安排學生回家複習這一環節。小測題數控制在少數，內容控制在上一節課講過的重要題型，學生不會覺得有壓力，而且有利於學生回家複習。

3. 學習活動是否切合學生的能力和經驗？
   - 在例題分析與練習中，多數採取生本教學。這個班我帶了三年，大多都是採用此教學方式來上複習課，學生有一定的實作經驗，課堂實施起來不會有太多的阻礙。另外，由於剛接手這個班的時候，學生差異較大，不得已採用分組教學，讓優異學生帶動後進學生，共同進步，且有了一定的效果，學生能力不斷提升。
   - 高考題是學生在高三時才開始接觸，學生對高考有心理阻礙，且高考題型千變萬化，老師不可能全部講完。因此應將重點放在如何讓學生自己解題，繼而發現重要考點，然後歸納總結，最後做針對練習。學生也比較樂意先學後教的學習方式，能提升解題優越感。

4. 學生是否已掌握相關的學科知識？

　　學生在高二時已經對複數這一章的內容有了一定的了解，無論是概念、公式或是運算法則，都有一些印象。在高三時主要是通過解題，不僅讓學生從題目中去回想知識，而且也加強了解題技巧和方法。

5. 學生有什麼學習困難？

　　大部分學生基本上都能跟上教學進度，並且高考題完成率較高。只有少部分同學跟不上進度，在小測中發揮得未盡理想，說明個別學生基礎較差，要特別花時間加強。

建議：

1. 是否需要安排跟進活動？
   - 學生小測成績未達合格標準的，會安排在升大輔導班與其他想報考大學的同學共同學習，老師除了給學生更多的高考題進行加強外，特別會給這些後進學生輔導，針對小測上錯誤較多的知識點進行解釋與練習。另外，也鼓勵學生平時多花課外時間總結和理清知識架構，多練習，有不懂的一定要不恥下問。
   - 通常後進生的心理都是經歷了多次失敗的摧殘，早已千瘡百孔，因此心理輔導尤為重要，除了平時的背概念、公式、練題之外，老師應多鼓勵學生，多給予解題成功的機會，增強信心。此外，同儕之間的共同發展也很重要，因此老師會給每位後進生安排一至兩位後盾支柱，引導該生共同發展。

參考文獻

http://www.dqxx.com/news/?477.html 如何上好高三一輪複習課
http://www.jyqkw.com/index.php?m=content&c=index&a=show&catid=258&id=309313
提高高中数学复习课效率的方法
https://wenku.baidu.com/view/6a3dc9ceda38376baf1fae5a.html 課堂教學反思報告

相關教材

高三校本教材