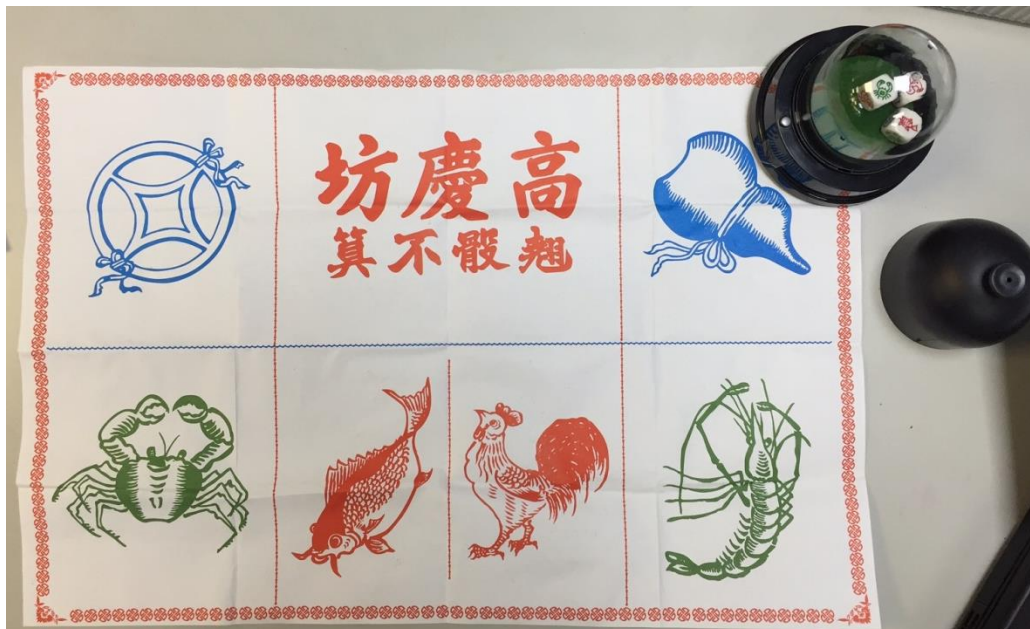


2017/2018 學年教學設計獎勵計劃

概率初體驗



參選編號：C169

學科名稱：數學

適合程度：高二

簡介

一. 學生學習背景

我校教科用書為高中數學必修三(人民教育出版社)，而本章專題的主要內容是概率初步，包括了古典概率，幾何概率和期望值三個部分。

教學對象為高中二年級學生，由於我校課程關係，他們從未接觸過概率這個章節，所以此次設計內容為概率的基礎部份。因我校為男校，大部份男孩子在數學方面有不錯的領悟力，惜男生天生愛動的本能，往往不能夠讓他們安安靜靜地坐下來聽 40 分鐘的一節課。而且處於 16、17 歲的青春期男生，都是較為活潑、淘氣、喜歡想像、有自己的想法和熱愛發表自己的意見。所以本人在本章教學內容上配合他們的特性，較少選擇書本中必修三的原有教材，替換成更貼近學生學習生活中的實例，在課堂中，老師只作為引導者的角色，多預留時間讓學生去探索發現，提供機會去讓他們分享發現心得，以打造活潑的課堂氣氛。此外，還加入了一節活動課，能讓學生覺得學習數學是一件既簡單又有趣的事，從中可以獲取有用的經驗，更可以借助‘期望值 2’這一節活動課，讓學生明白賭博遊戲是對玩家不公平的，藉此遠離賭博。

二. 設計特色與教學理念

1. 加插很多與生活有關的題目，少用書中教材，配合自行設計的工作紙，沿著學生的興趣為主線，提升學習興趣，讓他們感受到學習數學是有用的，更能在課堂中倍增投入。由於挑選出來的內容難度也不是太大，估計學生能順利完成，從而培養學生的自信，不會增加學生畏難恐懼的心理負擔。
2. 在學習活動中，盡力讓學生主動參與、觀察思考、合作交流、大膽表述，能夠在課堂上引發師生之間更多有趣和具探究意義的對話，對學習數學更有效，亦使數學課堂更為有趣。

3. 輔以活動課，讓學生能完全感受到概率應用在生活之中，而且整個教學過程以學生動手探究為主，在這個自主過程中，學生能培養數學的思想方法，如何去用數學解決問題，從中獲得成功的體驗的同時，更學會用數字說話。

三. 教學時數

共 5 節，其中 1 節為活動課（賭博遊戲魚蝦蟹），每節課 40 分鐘。

目錄

教學進度表-----	P.5
教學設計-----	P.6~P.25
單元名稱：	
1. 概率的概念	
2. 概率的計算	
3. 幾何概率	
4. 期望值的意義	
5. 活動課期望值的意義2	
附件1 問題探究活動-----	P.26
附件2 活動課工作紙-----	P.27
附件3 學生上課情形-----	P.28~P.29
教學評估、反思與建議-----	P.30~P.32
參考資料-----	P.33

教學進度表

週次	日期	內容	時間
下學期第 10 週	4 月 9 日	概率的概念	40 分鐘
下學期第 10 週	4 月 11 日	概率的計算	40 分鐘
下學期第 10 週	4 月 12 日	幾何概率	40 分鐘
下學期第 11 週	4 月 16 日	期望值的意義	40 分鐘
下學期第 11 週	4 月 18 日	活動課 期望值的意義 2	40 分鐘

課節一

單元名稱：概率的概念

符合基本學力要求：C-1-1，C-1-3，E-1-1

時間：40 分鐘

教學目標：(1) 透過活動，探索和正確了解概率的意義。

(2) 直觀認識概率。

時間	教師活動	學生活動	備註																																												
15 分鐘	<p>步驟 1：問題探究活動 (附錄 1)</p> <p>第一部分</p> <p><一> (A) 投擲一枚硬幣 20 次，把結果記錄在下表中。擲得正面時寫下「H」，擲得反面時寫下「T」。</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>擲第 N 次</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>結果</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>擲第 N 次</td> <td>11</td> <td>12</td> <td>13</td> <td>14</td> <td>15</td> <td>16</td> <td>17</td> <td>18</td> <td>19</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>結果</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>(B) 你能夠從上表觀察出 H 和 T 出現的規律嗎？</p> <p>(C) 根據上表，數一數正面和反面出現的次數。 正面的次數=_____，反面的次數=_____。 與鄰座的同學比較結果，兩者是否一樣？</p> <p>(D) 估計下回擲得正面和擲得反面的機會率。</p> <p>第二部分</p> <p><二> 思考以下問題：</p> <p>(1) 丟一個公正的硬幣，出正面的機率是多少？</p> <p>(2) 如果所謂概率是 $\frac{1}{2}$，可以解釋成每擲兩次，‘一定’有一次出正面嗎？</p> <p>(3) 為什麼有些人會連續丟了五次都沒有出現正面？那麼</p>	擲第 N 次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	結果											擲第 N 次	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	結果											進行試驗。	<p>第一部分讓學生親身參與試驗，透過第二部分思考題，讓他們明白到所謂丟出正面的機率是 $\frac{1}{2}$，並不保證每擲兩次就一定有一次是正面。它只是在你要擲未擲之前，對擲出後的結果作一事先的「合理預測」而已。最後由第三部分記錄顯示，當我們實驗次數 n 夠大的時候，出現正面次數 r 與 n 之比差不多是 $\frac{1}{2}$，雖然不一定中，但相差絕不遠！</p>
擲第 N 次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																					
結果																																															
擲第 N 次	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																																					
結果																																															

	<p>出現正面的概率是$\frac{1}{2}$，這個預測豈非既不合理，又無價值嗎？那麼學習機率知識豈不都是空話？</p> <p>第三部分</p> <p><三> 附錄</p> <p>有人曾經將一枚硬連擲了一萬次，根據他的記錄是：擲到100次的時候，出現了54次正面；擲到1000次的時候，出現了501次正面；擲到5000次的時候，出現了2516次正面；擲到10000次的時候，出現了4979次正面。(這資料摘自台大教授楊維哲、蔡聰明合編的普通數學課程。)</p>		
2分鐘	<p>步驟 2：引入新課</p> <p>在數學的範疇上，我們可以用一個數值來表示事件發生的機會，該數值稱為概率，事件的概率愈大，發生的機會便愈高。我們說「擲一枚硬幣出現正面的機率為$\frac{1}{2}$」的時候，應該解釋成「假定你將一枚硬體擲了很多次，那麼出現正面的次數與你所擲的次數之比會很接近$\frac{1}{2}$」。</p> <p>問：如果巴西對日本的世界盃足球賽中，巴西有可能勝出、賽和或落敗。志豪認為巴西勝出的概率是$\frac{1}{3}$。你認同嗎？試加以說明。</p>	學生 細心 聆聽、 思考 和 回答。	讓學生直觀 明白什麼是 等可能事件 的概率。
13分鐘	<p>步驟 3：教授新課</p> <p>要計算事件的概率，我們需要先將有關活動中的所有可能</p> <div data-bbox="316 1706 791 2020" data-label="Figure"> </div> <p>結果列出來，而所有可能結果的集合稱為樣本空間。</p> <p>事件 E 的概率記作</p>	思考 並回 答問 題。	讓學生體會 概率是描述 隨機事件發 生可能性大 小的數學概 念。

$$P(E), \text{ 其定義如下: } P(E) = \frac{\text{符合事件}E\text{的結果的數目}}{\text{可能的結果總數}}$$

對於任何事件 E , 其發生的概率 $P(E)$ 皆符合以下的不等式:

$$P(\text{不可能事件}) = 0$$

$$P(\text{必然事件}) = 1$$

<一> 同學們, 試試分別以下事件那些是必然事件、不可能事件和隨機事件。

- (1) 從一副撲克牌中抽出一張紅心。
- (2) 沒有水分, 種子會發芽。
- (3) 一枚均勻的硬幣拋出後, 不是正面朝上, 就是反面朝上。
- (4) 投擲一枚骰子擲得的點數小於 7。
- (5) 從一副撲克牌中抽出一張綠心。

<二> 同學們, 在一副沒有大小王的撲克牌中, 隨機地抽出一張牌, 在這個規定的情境中, 請列舉必然事件、不可能事件和隨機事件各一個。

<三> 對於下列各情況, 試列出所有可能結果, 並寫下可能結果的數目。

活動	可能結果	可能結果的數目
從一星期中隨意抽出一天		
從英文字「COIN」中隨意選出一個字母		
從一個盛有 5 個		

初步學習概率的計算公式。

	不同顏色的球的袋子中隨意抽出一個球				
8分鐘	<p>步驟 4：課堂練習</p> <p>(1) 丟一硬幣 3 次，寫出可能結果。</p> <p>(2) 阿花打算婚後生 2 個孩子，寫出可能結果。</p> <p>(3) 投擲一枚骰子擲得的點數小於 7，寫出可能結果。</p> <p>(4) 自 1, 2, 3, 4, 5, 6 這六個數字中任選兩數(不重複)，寫出所選兩數和是偶數的可能結果。</p>		動手練習，回答問題。		
1分鐘	<p>步驟 5：總結</p> <p>1. 什麼是概率？如何得出事件 E 的概率？</p>				
1分鐘	<p>步驟 6：佈置作業</p> <p>1. 書中練習</p>				


課節二

單元名稱：概率的計算

符合基本學力要求：C-1-3，E-1-1，E-1-5

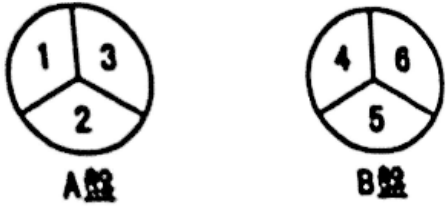
時間：40 分鐘

教學目標：(1) 初步掌握概率的計算方法。

時間	教師活動	學生活動	備註
1 分 鐘	<p>步驟 1：複習舊知識</p> <p>同學們，還記得什麼是必然事件、不可能事件和隨機事件嗎？概率的計算公式是怎樣的？</p>	<p>事件 E 的概率記作</p> <p>$P(E)$，其定義如下：$P(E)$</p> $= \frac{\text{符合事件}E\text{的結果的數目}}{\text{可能的結果總數}}$	
6 分 鐘	<p>步驟 2：引入新課</p> <p><三信封遊戲></p>  <p>現在老師會邀請一位同學參加這樣一個猜獎遊戲：在你的眼前有三個相同的信封（假定叫 A、B、C），其中一個裡面藏著字條寫了‘今</p>	<p>同學選出一名班代表參加遊戲，作出抉擇，以決定今日家課數量，而作為觀眾的同學也可給予代表提示。</p>	<p>將本節知識先與遊戲結合，既能引起學生的學習興趣，令課室充滿著教學氣氛，又</p>

	<p>天沒有家課’，另兩個裡面就寫了‘今天雙倍家課’。老師是知道所有信封裡的結果，當同學選好一個信封（假設是 A）之後，老師再打開 C 信封，裡面是‘雙倍家課’。現在老師給同學一次換選 B 信封的機會，那麼同學是否「應該」換呢？</p>		<p>能讓學生充分體驗到數學的應用價值，打破了數學知識教學給學生帶來生活脫節的現象。</p>									
<p>20 分 鐘</p>	<p>步驟 3：例題講解</p> <p>(1) 試填上和活動及事件的可能結果及合適結果：</p> <table border="1" data-bbox="268 1413 895 1986"> <thead> <tr> <th data-bbox="268 1413 504 1487">活動及事件</th> <th data-bbox="504 1413 699 1487">可能結果</th> <th data-bbox="699 1413 895 1487">合適結果</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="268 1487 504 1704">投擲骰子，並擲得「1」點或「6」點</td> <td data-bbox="504 1487 699 1704"></td> <td data-bbox="699 1487 895 1704"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="268 1704 504 1986">從英文字「TOSS」中隨意選出一個字母，並選得一</td> <td data-bbox="504 1704 699 1986"></td> <td data-bbox="699 1704 895 1986"></td> </tr> </tbody> </table>	活動及事件	可能結果	合適結果	投擲骰子，並擲得「1」點或「6」點			從英文字「TOSS」中隨意選出一個字母，並選得一			<p>細心聆聽，思考並回答問題。</p>	
活動及事件	可能結果	合適結果										
投擲骰子，並擲得「1」點或「6」點												
從英文字「TOSS」中隨意選出一個字母，並選得一												

元音字母				
從一張 52 張的撲克牌中隨意抽出一張，並抽得一張「Q」				
<p>(2) 從一副 52 張的撲克牌中隨意抽一張，求下列事件的概率：</p> <p>(A) 抽得一張黑桃牌 (B) 抽得一張 9 或一張 10 (C) 抽得的牌不是一張 K</p> <p>(3) 盒中有紅球 8 個、藍球 4 個、綠球 2 個和黑球 6 個。若從盒中隨意抽出一個球，求抽得：(A) 紅球的概率 (B) 黑球的概率</p> <p>(4) 陳老師預備了 40 件禮物分派給她的學生，其中 9 件是鑰匙扣，31 件是原芯筆。</p> <p>(A) 陳老師隨時抽出一件禮物，求她抽得一個鑰匙扣的概率</p> <p>(B) 陳老師的第一件禮物是一個鑰匙扣，她將該禮物給予國華，然後再抽出第二件禮物，求她再抽得一個鑰匙扣的概率</p> <p>(5) A、B 為兩個轉盤，分成三個部分，玲玲和芳芳利用它們作為遊戲，同時自由轉動兩個</p>				
				例題(5)

	<p>轉盤，當兩個指標所停區域的數都是奇數或都是偶數時，則玲玲勝，兩個指標所停區域的數是一奇一偶時，則芳芳獲勝，你認為這個遊戲公平嗎？試用概率的知識說明。</p> <div style="text-align: center;">  <p>A盤 B盤</p> </div>		<p>能讓學生擴展，了解判別一個遊戲公不公平是由概率來判定。</p>
<p>10 分鐘</p>	<p>步驟 4：課堂練習</p> <p>(1) 從班中任意選出一位同學，求該同學在 2 月 30 日出生的概率。</p> <p>(2) 從英文字「CHEERFUL」中隨意選出一個字母。求</p> <p>(a) 選中「C」的概率 (b) 選中「E」的概率</p> <p>(3) 投擲一枚骰子，求擲得下列的概率：</p> <p>(A) 點數大於 4 (B) 點數小於 7</p> <p>(C) 點數是 8</p> <p>(4) 盒中有十個相同的球，分別標有 1、2、3…10 從中任取一個球，問此球號碼為偶數的概率與號碼不大於 3 的概率哪個大？</p> <p>(5) 兩個袋中各裝有兩個球，一個紅球和一個黑球。小彬和小強想利用它們做遊戲。規則如下：從兩個袋中各取一個球，如果都是黑色，則小彬勝。否則小強勝。請列出所有可</p>	<p>動手練習，回答問題。</p>	

	能結果，這個遊戲規則對雙方公平嗎？		
2 分 鐘	<p>步驟 5：總結</p> <p>(1) 我們可用一個數值來表示一件事件的發生機會，該數值稱為概率。</p> <p>(2) 事件 E 發生的概率，$P(E) = \frac{\text{符合事件}E\text{的結果的數目}}{\text{可能的結果總數}}$，其中 $0 \leq P(E) \leq 1$</p>		
1 分 鐘	<p>步驟 4：佈置家課</p> <p>1. 書中練習</p>		

課節三

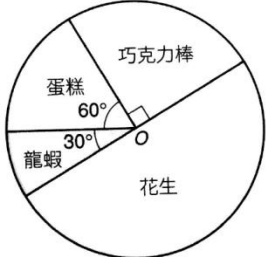
單元名稱：幾何概率

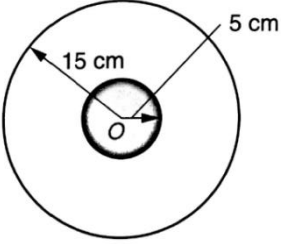
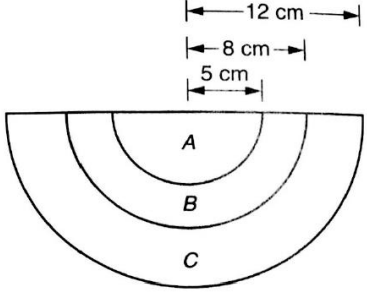
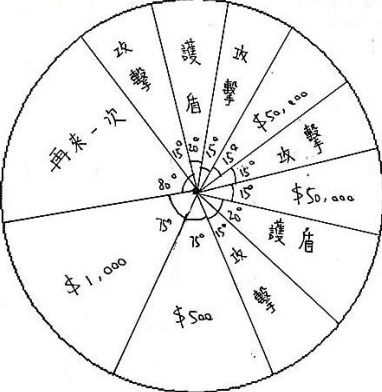
符合基本學力要求：E-1-1，E-1-3，E-1-4

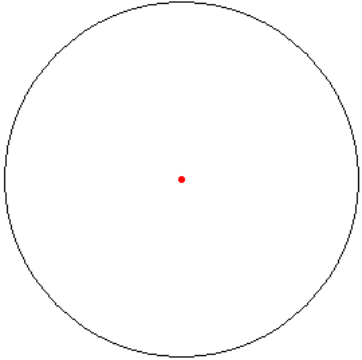
時間：40 分鐘

教學目標：(1) 了解幾何概型的概念和基本特點。
(2) 會解決簡單的幾何概型題目。

時間	教師活動	學生活動	備註
1 分 鐘	<p>步驟 1：複習舊知識</p> <p>(1) 我們在上節課中，是如何能求得概率的？</p>	<p>回答 $P(E) =$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\frac{\text{符合事件}E\text{的結果的數目}}{\text{可能的結果總數}}$ </div>	
5 分 鐘	<p>步驟 2：創設情境，提升興趣</p> <p>(1) 相信很多同學都試過擲飛鏢，大家對鏢靶的印象是中心點最高分，愈外圍分數愈低，大家有沒有想過，為何分數要如此設計？那麼，用什麼方法可以找出命中中心的概率呢？</p>  <p>(2) 取一根長度為 3m 的繩子，拉直後在任意位置剪斷，剪得兩段的長都不少於 1m 的概率有多大？</p>	<p>同學們都能回答因為中心部分面積為最小，所以是最難命中，故分數比例應該最高，藉此實例能讓學生聯系新知識，幾何概率是與長度比，面積比是有關係的。</p>	<p>用簡單的生活例子引入，讓學生明白在與圖形有關事件的概率計算中，我們可以根據圖形的面積或圖形的塊數來計算事件發生的機會，是數形結合思想的重要體現。</p>

2 分 鐘	<p>步驟 3：引入新課</p> <p>有些概率問題涉及物件的長度、面積和體積。</p> <p>我們稱這種概率為幾何概率。事件 A 概率記作 $P(A)$，其定義如下：</p> $P(A) = \frac{\text{構成事件A的區域長度(面積或體積)}}{\text{試驗的全部結果所構成的區域長度(面積或體積)}}$	細心聆聽。	
1 5 分 鐘	<p>步驟 4：例題講解</p> <p><例 1> 右圖所示為一個半徑為 15cm 的圓形箭靶。箭靶紅心的半徑為 5cm。小恆隨機把一枝箭射向該箭靶，求射中紅心的機率。</p> <p><例 2> 某商場進行促銷，顧客惠顧滿\$100 便可以參加擲飛鏢遊戲，只要把飛鏢擲向幸運輪，便可以贏得所標示的獎品，假設所有飛鏢都能夠擲中幸運輪，求：</p> <p>(A) 獎品是花生</p> <p>(B) 獎品是龍蝦的概率。</p> 	細心聆聽。	懂得利用面積比和長度比求幾何概率。

	<p><例 3> 圖中所示是一個遊戲的紙板，由 3 個同圓心的半圓形所組成，半徑分別為 5cm、8cm 和 12cm。若將飛鏢隨機擲向該紙板，求擲中區域</p> <p>(a) A 的概率</p> <p>(b) B 的概率</p> <p>(c) C 的概率</p>   <p><例 4> 文傑每天早上到達巴士站的時間是隨機的。他所等候的巴士每 15 分鐘一班。求他須等候超過 5 分鐘的概率。</p>		
<p>1 0 分 鐘</p>	<p>步驟 5：課堂練習</p> <p>請你為高二丁同學設計一輪盤遊戲，計算當中每項的獲獎機率，並與同學分享設計心得。</p>	<p>鞏固新知識，激活思維。</p> 	<p>在現實生活中，實際能動手參與輪盤遊行的同學為數不多，恰巧此段時間，微信中有</p>

			<p>個叫海盜遊戲風氣盛行，內容是一個輪盤遊戲，每次需轉動才可獲得能量與金幣，故不少同學都向此方向聯想，當中亦顯示出將新知識與生活相結合。</p>
<p>5 分 鐘</p>	<p>步驟 6：總結</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 幾何概型有什麼特點？ 2. 緊記構造中度量區域是幾何概型求隨機事件概率的關鍵。 3. 在幾何概型，其計算公式是什麼？ 		
<p>2 分 鐘</p>	<p>步驟 7：佈置家課</p>		

課節四

單元名稱：期望值的意義

符合基本學力要求：E-1-1，E-1-2，E-1-3，E-1-4

時間：40 分鐘

教學目標：(1) 認識並理解期望值的意義，並能作簡單的計算。

(2) 加深對概率的理解，引用期望值的概念判斷遊戲對參與者是否公平。

(3) 明白期望值不是實驗重複多次後的結果，而是與實驗重複多次後的結果很接近的一個數。

時間	教師活動	學生活動	備註
1 分 鐘	<p>步驟 1：引入新課</p> <p>在我們作決策的時候，不但要考慮獲勝的概率有多大，連帶著也要衡量獲勝後贏得的「好處」有多少？失敗後遭受的「損害」有多大？</p> <p>當我們賭賽（摸彩、競技，甚至與敵人決戰）之前，不能不預先估計我們能從這場賭賽中可能獲得的好處有多少？這種事前預期的「好處」，就叫做這事的「期望值」。</p>	細心聆聽	<p>男孩子們都對關於決策方面的知識深感興趣，對此課已有強烈的學習動機。</p>
1 0 分 鐘	<p>步驟 2：創設情境</p> <p>投擲一顆勻稱的骰子，當結果是「1」或「2」時，便可得獎金\$14。當結果是「3」、「4」、「5」或「6」時，可得獎金\$8。假設你擲了該骰子 30 次</p> <p>1. (a) $P(\text{擲得「1」或「2」}) = \underline{\hspace{2cm}}$ (b) 擲得「1」或「2」的期望次數 = $\underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>2. (a) $P(\text{擲得「3」、「4」、「5」或「6」}) = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>(b) 擲得「3」、「4」、「5」或「6」的期望次數 = $\underline{\hspace{2cm}}$</p>	動手完成，然後回答問題。	

	<p>3. (a) 投擲骰子 30 次的期望總獎金=_____</p> <p>(b) 投擲骰子 1 次的期望總獎金=_____</p> <p>4. 若每次擲骰子先要付\$11 來購買代幣，你會參與這個遊戲嗎？為甚麼？</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>一般而言，期望值的定義如下：</p> <p>假設某隨機實驗有 n 個結果，其概率分別是 p_1、p_2、\dots、p_n。若各結果出現時分別賦予數值 x_1、x_2、\dots、x_n，則期望值 = $x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$</p> <table border="1" data-bbox="306 1079 938 1173"> <tr> <td> $\left(\begin{array}{l} \text{某事的} \\ \text{期望值} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{某事發生} \\ \text{的機率} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{l} \text{此事發生後} \\ \text{應得的金額} \end{array} \right)$ </td> <td> 把「好處」用金額來表示，是數量化的辦法。 </td> </tr> </table> <p>所以期望值可用計算與概率有關的遊戲是否公正。</p>	$\left(\begin{array}{l} \text{某事的} \\ \text{期望值} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{某事發生} \\ \text{的機率} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{l} \text{此事發生後} \\ \text{應得的金額} \end{array} \right)$	把「好處」用金額來表示，是數量化的辦法。		
$\left(\begin{array}{l} \text{某事的} \\ \text{期望值} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{某事發生} \\ \text{的機率} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{l} \text{此事發生後} \\ \text{應得的金額} \end{array} \right)$	把「好處」用金額來表示，是數量化的辦法。				
<p>2 0 分 鐘</p>	<p>步驟 3：例題講解</p> <p>(1) 期望值的誕生：曾經有個心理學家做過以下實驗，他弄了兩個玩遊戲拿獎金的方案，給參與人來選，受測者只能從其中選擇一個：</p> <p>A 方案的獎金和中獎機率是：</p> <p>66%中二獎 10 萬美元，33%中大獎 12 萬美元，1%什麼也沒有。</p> <p>B 方案的獎金和中獎機率是：</p> <p>100%中二獎 10 萬美元。</p>	<p>互相討論，充滿了活活的課堂氣氛，爭相發表意見，有些同學向數據上考慮，有些同學向心理上測量，大家都會說：「大開眼界，想不到平時這些遊戲竟與數學密切有關。」</p>	<p>結合具體情境，由互動中，理解期望值的意義和會用期望值去解決問題。</p>		

兩個中選哪一個會更賺？為什麼？試猜想實驗結果最後如何？

(2) 試計算拋擲一枚骰子時，所得的點數的期望值。

(3) 生活中，遊戲設計者要預測玩家在面對不同的情況下會作出什麼樣的選擇，假設我們給玩家 3 種法術，火、冰、雷，而它們的傷害值是與命中率分別如下：



威力是4點傷害
命中率是100%

火力球



威力是5點傷害
80%命中

冰封球



威力是40點傷害
命中率是20%

雷電球

假設三種耗能都一樣，玩家會選哪一種呢？

(4) 一個袋裡有一個黃色球和一個紅色球。抽中黃色球可得\$2，而抽中紅色球則沒有獎金。


(a) 求抽一次球的期望回報。(b) 若你須付\$1 才可以抽一次球，這個遊戲公平嗎？

(5) 學校舉辦了一個籌款大抽獎，並售出 10000 張售價為\$20 的抽獎券，大抽獎的獎品包括頭獎\$30000 一名，二獎\$10000 兩名及三獎\$5000 五名。

(a) 求學校籌得的款項。

(b) 若龍兒買了一張抽獎券，他的期望回報是多少？

理解此題答案是點數是 3.5 表示不斷地投擲骰子所得點數理論上的平均值。

	<p>(6) 賭場內的輪盤有 38 格，分別表示 0、00 及 1 至 36。輪盤轉動時，一個小球同時轉動，當輪盤停止轉動後，該小球會落在輪盤上的其中一格。其中一個下注的方法是，參與者下注於一個特定的數字，若勝出的話，賠率是 35 倍，即參與者每\$1 的注金可以取回\$36，當中包括下注的\$1。若某參與者下注\$1，求他的期望回報。</p>	 <p>明白去賭場賭博，本來就不是一個公平的競爭。期望值為負的賭局，理論上會越玩錢越少，用數字去教育學生遠離賭博。</p>	
<p>7 分鐘</p>	<p>步驟 4：課堂練習</p> <p>(1) 一個袋裡有一張\$100 紙幣、一張\$500 紙幣和一張\$1000 紙幣。從袋裡隨機抽出一張紙幣，期望值是多少？</p> <p>(2) 在一場跨欄比賽中，小明獲得金牌、銀牌、銅牌的概率分別是 0.3、0.2 和 0.15。若首三名的獎金分別是\$80000、\$50000 和\$20000，求小明參加這次比賽所得的獎金的期望值。</p>	<p>動手練習，鞏固新知識。</p>	

	<p>(3)小美參加一次射箭比賽，她射中箭靶上內圈，中圈，外圈的概率分別是$\frac{1}{8}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{8}$；如果射中內圈得5分；射中中圈得2分；射中外圈得0分，求小美在一次試射所得分的期望值。</p> <p>(4) 賭場裏的輪盤中，有18個數是紅色的，18個數字是黑色的，而0和00則是綠色的。參與者可下注於黑色或者紅色，賠率是1賠1。求這種下注方法的期望回報。</p>		
1 分 鐘	<p>步驟4：總結</p> <p>1. 期望值的意義是什麼？如何得出事件的期望值？</p>		
1 分 鐘	<p>步驟5：佈置家課</p>		

課節五

單元名稱：活動課——期望值的意義 2

符合基本學力要求：E-1-2，E-1-3，E-1-4

時間：40 分鐘

教學目標：(1) 分析賭博的遊戲規則，運用期望值於現實生活。

(2) 教導學生遠離賭博。

時間	教師活動	學生活動	備註
1 分鐘	<p>步驟 1. 複習舊知識</p> <p>1. 期望值的意義是什麼？如何得出事件的期望值？</p>	<p>某事件的期望值=某事件發生的機率×此事發生後應得的金額</p>	
20 分鐘	<p>步驟 2. 活動課 十賭九輸?? (附錄 2)</p> <p>「魚蝦蟹」當中涉及的數學概率問題及期望值</p>	<p>全班分成 4 組，每組選出 1 位同學擔任莊家，其餘為閑家。</p>	
10 分鐘	<p>步驟 3. 遊戲中止，點算結果及完成問題</p> <p>(1) 經過一輪賭博後，你最後的結果是餘下_____個籌碼。</p> <p>(2) 你認為這個遊戲對閑家有利嗎？試用期望值來解釋。</p>	<p>動手完成。</p>	
5 分鐘	<p>步驟 4. 結果分析</p> <p>在 20 分鐘遊戲中，莊家最後贏得了共 225 個籌碼。</p> <p>用「魚」來做例子，在二百一十六個可能性裡面，只有 1 個組合是有三個魚，15 個組合有兩個魚，75 個組合有一個魚，沒有魚的組合則高達 125 個；於是你下注一元的期望值是 $\frac{1}{216} \times (+3) + \frac{15}{216} \times (+2) + \frac{75}{216} \times (+1) + \frac{125}{216} \times (-1)$，即是 $-\frac{17}{216} = -0.079$ 元)，</p>	<p>用已有知識去解決問題，用數字去明白為什麼大部分同學都是輸家。</p>	

	<p>若果下注「圍骰」，下注一元的期望值是 $6/216 \times (+24)$ $+ 210/216 \times (-1) = -66/216 = -0.31$ (元)</p>		
3 分 鐘	<p>步驟 5. 總結</p> <p>事實上，任何賭局的期望值都是負數。在賭場規則中，莊家通常擁有優勢，也就是說玩家會比較快破產。為什麼十賭九輸？因為剩下的那一個是莊家。</p>	<p>明白了期望值與生活的關聯，著藉此建立正確的人生觀，親手做實驗明白十賭九輸的道理。</p>	
1 分 鐘	<p>步驟 6. 佈置家課</p> <p>思考題：在魚蝦蟹賭博中，若我手上有 600 元作賭本，應如何分配(買一/兩/三範)，才能獲得最高勝算？</p>		

附錄 1 問題探究活動

工作紙 1

<一> (A) 投擲一枚硬幣 20 次，把結果記錄在下表中。擲得正面時寫下「H」，
擲得反面時寫下「T」。

擲第N次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
結果	T	T	T	T	T	T	T	H	H	H

擲第N次	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
結果	H	H	T	H	T	T	H	H	T	H

(B) 你能夠從上表觀察出 H 和 T 出現的規律嗎？

↓

(C) 根據上表，數一數正面和反面出現的次數。

正面的次數 = 9，反面的次數 = 11。

與鄰座的同學比較結果，兩者是否一樣？

不一樣

(D) 估計下回擲得正面和反面的機會率。

$\frac{1}{2}$

<二> 思考以下問題：

(1) 丟一個公正的硬幣，出正面的機率是多少？

$\frac{1}{2}$

(2) 既然丟出正面的機率是 $\frac{1}{2}$ ，可以解釋成每擲兩次，一定 有一次出正面嗎？

不可以

(3) 為什麼有些人會連續丟了五次都沒有出現正面？那麼出現正面的機率是 $\frac{1}{2}$ ，
這個預測豈非既不合理，又無價值嗎？

丟的次數不夠多

附錄 2. 活動課工作紙

期望值的意義 2 十賭九輸？

「魚蝦蟹」當中涉及的數學概率問題及期望值

玩法：



(1) 每位同學獲得 **30** 個籌碼。

(2) 全班分成 4 組，每組選出 1 位同學擔任莊荷，其餘為閑家。老師為派給每組家各有 100 個籌碼。

(3) 閑家下注前，莊荷須將骰盅蓋將玻璃罩蓋好，用扣將盅蓋與盅座系牢，然後連續按下把手三次，使三粒骰子在玻璃罩內跳動，閑家則可開始下注，每次只可選一款圖案。

(4) 開骰前：莊荷先按示意，表示停止投注，莊荷須用中文叫“開”示意開骰。

(5) 開骰時：莊荷將盅扣打開，揭去外罩，將開出結果宣佈。

(6) 翹骰：當莊荷將盅蓋揭開，發覺骰子相疊或斜靠不平，莊荷得宣佈該局無效，隨即進行另一局開始程式及接受新投注，原注不得取銷。

賠注：“投中一粒骰子指定平面圖案”——一賠一倍


“投中兩粒骰子指定平面圖案相同”——一賠兩倍

“投中三粒骰子指定平面圖案相同”——一賠三倍

“投中圍骰一賠廿四”

(1) 經過一輪賭博後，你最後的結果是餘下_____個籌碼。

(2) 你認為這個遊戲對閑家有利嗎？試用期望值來解釋。

如果閑家下注了魚  圖案，每次下注 1 個籌碼，則期望值為：
答：

例如閑家下注了圍骰，則期望值為：

附錄 3. 學生上課情形

課節一的問題探究活動



課節二的遊戲活動(三信封問題)



課節五

活動課賭博實驗



教學評估、反思與建議

概率是統計學一門重要的支派，稍加留意，就會發現概率的用語在身邊氾濫成災，例如透過賭博一夕致富羨煞多少人，如果身上僅剩 50 元，是該去賭博還是留著下一餐？本章內容取材自生活事例，題材生動活潑，更重要的是貼近學生的感受，透過讓學生參與活動，親身實驗，不知不覺已學會相關概率的觀念，而且透過活動和開放題，以師生談話交流的形式的教學方法，既可啟發學生思考，多讓學生談自己的想法與同學分享，通過生生、師生的交流，形成完整的知識結構，由於教學過程生動活潑，學生覺得耳目一新，感知鮮明，印象深刻，使所有重點都能具體化，形象化，便於學生理解和記憶，最重要的是能啟發學生處處留心皆學問的學習心態；發現概率也可以這麼好玩，因此，取得了非常良好的課堂氣氛和教學效果。

在教學過程中，學生們都有高度的學習熱情：

一. 在課節一的問題探究活動(投擲一枚硬幣20次)中，老師提出如果以理性的腦袋去思考，一枚硬幣，一共就兩面，出現某一面的概率絕對是一半的，但是為什麼同學們的結果都不是10次正面？10次反面？有同學更是5次正面，15次反面，藉次活動學生對概率的真正意義有更深刻的體會。

二. 在課節二的遊戲活動(三信封問題)中，遊戲更令達到課堂達到最高潮的時候，由於老師知道同學選擇的信封內裡是什麼東西，之後，老師便打開非參賽者選擇的其他兩個信封的一個，而內容則是‘雙倍家課’，更會語帶懸疑地問，要不要換？同學們陷入天人交戰，身為觀眾的同學也因為功課量而緊張萬分，全體都投入了課堂之中，直到最後大家都發現了「換」才是上策，有的同學不明所以，便問其他同學當中的原理，在熱鬧的課堂氣氛中，感受到學習數學原來也可以這麼

好玩。

三. 在課節三的課堂練習(設計輪盤遊戲)中，當中更有令人驚喜的作品，有學生設計了這種騙人的小把戲，內容如下：

請你為高二丁同學設計一輪盤遊戲，計算當中每項的獲獎機率，並解釋其設計內容。



一元玩一次，轉一下，指針指到哪一格，則根據那格上的數，從下一格起，按格往下數這個數，數到該格後，該格的獎品就是你的。

得10元的概率為0，得5角的概率為1。

例如指針指到4，則從5數起，順時針方向，數到8停止，因為偶數+偶數=偶數，奇數+奇數=偶數，所以根本不可能贏錢，實在不得不佩服同學的心思和創意。

四. 在最後的活動課賭博實驗中，是同學們最興奮，最期待和最熱情的一節課，我覺得要明白期望值，就是把它應用在賭博上，因為期望值正是教學學生遠離賭博的最佳工具。

「魚蝦蟹」的玩法和擲骰子差不多，都是一口氣擲三顆骰子，只不過是每一

顆骰子的表面是魚蝦蟹雞金錢葫蘆而不是一二三四五六。假設你下注\$100去買「魚」，如果三顆骰子都是魚的話你可以贏得\$300，兩顆的話則是\$200，一顆的話\$100，如果下注圍骰，更可以贏得\$2400，沒有魚的話則你會輸掉你那寶貴的100大元。實驗未開始時，同學們都天真得以為這賭局是公平的遊戲，因為看起來無論是魚蝦蟹雞金錢葫蘆也好，每局都總會有三家贏，三家輸。但如果計一計這賭局的期望值，你會發覺「魚蝦蟹」比「賭大細」更差。

而實驗的結果，經過20分鐘一輪賭博後，莊家在每組都有贏得籌碼，數目分別為52個、40個、82個、51個、合共贏得225個籌碼。80%的同學都是賭枱上的輸家，對此結果同學都感到嘩然，從而透過期望值的計算，用「魚」來做例子，在二百一十六個可能性裡面，只有1個組合是有三個魚，15個組合有兩個魚，75個組合有一個魚，沒有魚的組合則高達125個；於是你下注一元的期望值是 $1/216 \times (+3) + 15/216 \times (+2) + 75/216 \times (+1) + 125/216 \times (-1)$ ，即是 $-17/216 = -0.079$ ，而賭場的投注金額最小為100元，這意味著什麼？同學們都能回答即是如果我們玩這場賭博很多次，每次下注一百元，我們可預期平均每一次會輸掉大約7.9元，終於明白賭博是不公平的，因為所有期望值都是負數，所以最佳的選擇是遠離賭博，利用期望值給予的訊息，幫助學生建立正確的人生觀。

五. 在本章測試評核中，本班取得了優良的成績。

六. 由於教學時間的不足，未能選取一些較難或較複雜的題目，願將來可以加入更多多元化的題目，讓教學更加層次。

參考文獻

1. 高中數學必修三(人民教育出版社)
2. 數學探知3B (文達出版社)
3. 機率好好玩 (博雅書屋 張振華著)
4. liyaneconexp.blogspot.com/2009/06/blog-post_11.html