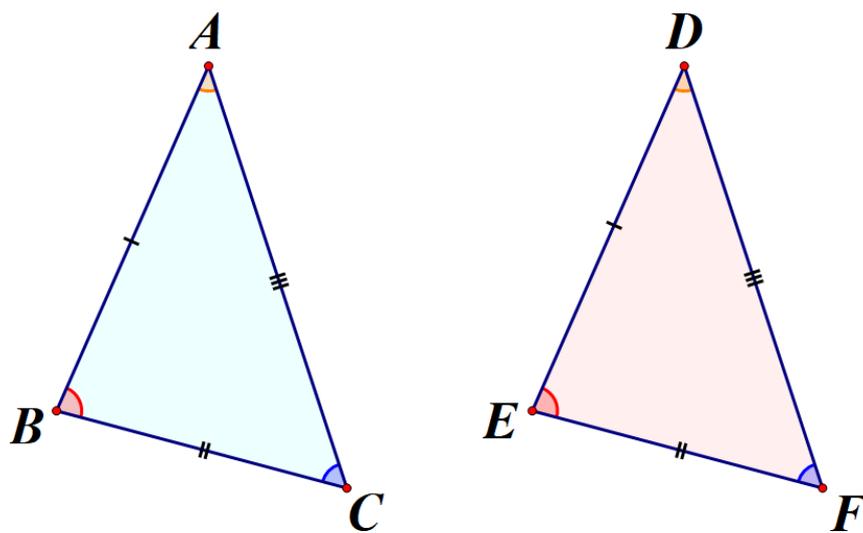


2017/2018 學年教學設計獎勵計劃

全等三角形



參選編號：G114

科目：數學

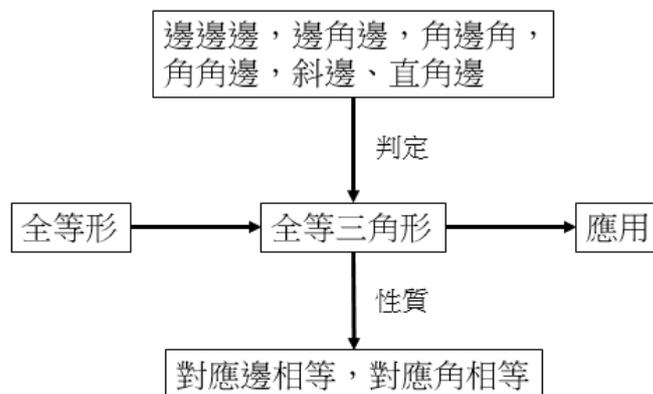
實施年級：初一

目次

目次.....	1
簡介.....	2
教學進度表.....	4
設計創意和特色.....	5
教案.....	6
【課題】 全等三角形.....	6
【課題】 三角形全等的判定 (SSS).....	9
【課題】 三角形全等的判定 (SAS).....	13
【課題】 三角形全等的判定 (ASA, AAS).....	18
【課題】 三角形全等的判定 (HL).....	23
教學評估與反思.....	28
教學建議.....	29
參考資料.....	31
附錄.....	32
【學案】 全等三角形.....	32
【學案】 三角形全等的判定 (SSS).....	34
【學案】 三角形全等的判定 (SAS).....	36
【學案】 三角形全等的判定 (ASA, AAS).....	38
【學案】 三角形全等的判定 (HL).....	40
【工作紙】 全等三角形.....	42

簡介

本單元內容為全等三角形，包括全等三角形的概念與性質、判定三角形全等的方法。其知識結構如下圖所示：



通過本單元的學習，學生能達到《本地學制正規教育基本學力要求》如下：

B-2-5	理解全等三角形的概念，能識別全等三角形中的對應邊、對應角； 知道全等三角形的對應邊相等、對應角相等
B-2-6	理解三角形全等的判定公理：三邊分別相等的兩個三角形全等； 兩邊及其夾角分別相等的兩個三角形全等； 兩角及其夾邊分別相等的兩個三角形全等。 理解推論：兩角及其中一組等角的對邊分別相等的兩個三角形全等
B-2-10	掌握直角三角形全等的判定定理：一條直角邊和斜邊分別相等的兩個直角三角形全等
D-1-1	積極參與數學活動，對數學有好奇心和求知欲
D-1-5	能在探究活動中，表達和交流數學的問題和方法，學會傾聽和尊重他人的觀點
D-1-6	能克服數學解決問題中所遇到的困難，增強數學學習的自信心

本單元借助全等三角形培養學生的推理論證能力，包括用分析法分析條件與結論的關係，用綜合法書寫明格式。利用全等三角形，學生能證明線段、角等基本幾何元素相等，從而證明一些相關結論(如平行、垂直)。因此，本單元的內

容為學生提供了幾何證明的一種基本工具，也為後面將學習的等腰三角形、平行四邊形、圓等內容打下基礎。而且全等三角形研究的問題和研究方法也為將來學習的相似圖形提供了思路。

教學進度表

課節	課題	授課日期	課時
第 1 節	全等三角形的概念	2017-06-05	1
第 2 節	三角形全等的判定 (SSS)	2017-06-06	1
第 3 節	三角形全等的判定 (SAS)	2017-06-07	1
第 4 節	三角形全等的判定 (ASA, AAS)	2017-06-08	1
第 5 節	三角形全等的判定 (HL)	2017-06-11	1

設計創意和特色

本單元教案的設計考慮到現時學生對電子學習的興趣，以及資訊與通訊科技的躍進、自主學習教學模式的改革，決定以翻轉課堂為教學模式。學生在每節課前先在家中透過互聯網觀看教師準備的課堂內容(微課，約6分鐘)，包括每節課的判定方法的探究過程、歸納，及相應的一道例題。學生可以根據自己的需要將微課的不同部分重播，自主掌控學習的節奏。當學生在上課開始時，通過課前小匯報、練習來吸引學生的注意力，除了檢測學生對微課的理解程度，也鍛煉了學生的數學語言口頭表達能力。對於課堂練習，以4人一組合作探究的模式進行，教師巡視指導。課堂上通過活躍的課堂氣氛，朋輩互助，學生的學習動機、積極性得到提高。教師因應學生對課堂練習的整體情況、課堂時間，邀請一至兩組學生上板演示探究成果。每組學生需要分工合作，安排板書解題過程、畫圖、講解。整個過程培養了學生表達和交流數學問題的能力，及與人合作的能力。課堂從傳的單向溝通模式轉為多向溝通模式，學生成為學習的主體。對於合適的課節，教師借助平板電腦來提高學生的興趣和課堂效率。學生可以利用平板電腦簡便地在圖形上作標記，書寫解題的主要思路，同組的學生的平板電腦上可同步顯示。在學生分享時，教師只需將相應組別的解題過程在平板電腦上進行分享，全班學生即可看見，大大提高課堂效能。

教案

【課題】 全等三角形

【教學目標】

知識與技能：1. 了解全等形及全等三角形的概念.

2. 理解全等三角形的性質.

過程與方法：1. 觀察兩個全等三角形常見的位置關係.

2. 通過平面圖形的移動（或變換）發展學生平面空間的概念.

3. 利用全等三角形培養學生對幾何的直覺.

情感態度價值觀：1. 讓學生觀察發現生活中的全等三角形，體驗圖形的美.

2. 運用全等三角形性質的過程中感受數學的樂趣.

【教學重點】 掌握全等三角形的概念及性質.

【教學難點】 1. 掌握尋找全等三角形對應邊及對應角的規律.

2. 迅速並正確指出兩個全等三角形的對應邊和對應角.

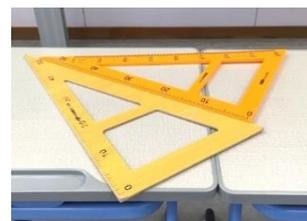


圖-1

【教學方式】 活動引入及學案提高

【教學過程】

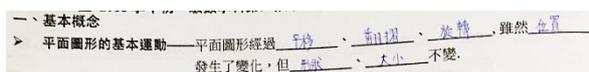


圖-2

一、創設情境

利用約 5 分鐘的問題情境啟發學生思考，並引出本節課的重點內容.

問題 1：（圖一1，拿三角尺演示）把三角尺看成一個三角形，你們能講出平面圖形的三個基本運動嗎？

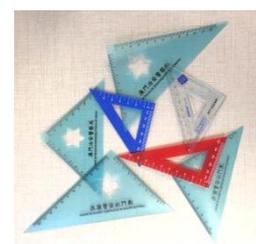


圖-3

情境 1：（依次做出平移、旋轉及翻摺動作，引導學生回答）很好！平面圖形的三個基本運動包括平移、旋轉及翻摺，基本運動後圖形的大小及形狀不變！（同學們將重點記在學案上，圖-2）

問題 2：（圖一1）這兩個三角形（兩把大三角尺）能不能在移動後重合呢？

情境 2：（讓學生示範將兩把三角尺完全重合）

旋轉（或平移）後這兩個三角形就可以完全重合。

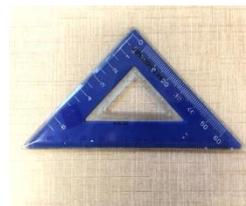


圖-4

問題 3：（圖-3）同學們拿出自己提前準備好的三角尺，跟旁邊同學的比較一下，你們兩把三角尺能不能在移動後重合呢？

情境 3：有些能重合，有些不能重合。（圖-4）如果兩個三角形可以完全重合，那麼我們就把這兩個三角形稱為全等三角形。

（作為引入全等形及全等三角形概念）

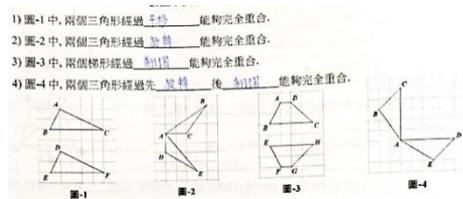


圖-5

二、實踐探究

1. 探索平面圖形移動

學生通過觀察剛才的例子，運用平移、旋轉及翻摺讓兩個圖形在移動後重合（暫不提全等形），並完成相關練習（圖-5 為學生實際的學案）。

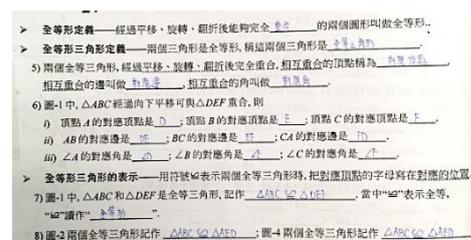


圖-6

2. 引入全等形、全等三角形、對應邊及對應角等概念

通過以上探索結果引入全等相關的概念，以下為學案的節錄（圖-6 為學生實際的學案）。

➤ **全等形定義**——經過平移、旋轉、翻折後能夠完全重合的兩個圖形叫做全等形。

➤ **全等三角形定義**——兩個三角形是全等形，稱這兩個三角形是**全等三角形**。

5) 兩個全等三角形，經過平移、旋轉、翻折後完全重合，相互重合的頂點稱為**對應點**，相互重合的邊叫做**對應邊**，相互重合的角叫做**對應角**。

➤ **全等形三角形的表示**——用符號 \cong 表示兩個全等三角形時，把對應頂點的字母寫在對應的位置。

7) 圖-1 中, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是全等三角形, 記作 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. 當中
 “ \cong ” 表示全等, “ \cong ” 讀作 “全等於”。

3. 說明全等三角形的性質

了解全等相關概念及得到老師簡單提示後, 學生們可輕易發現全等三角形的性質。以下為學案的節錄。

➤ 全等形三角形的性質

- ✓ 全等三角形**對應邊**相等。
- ✓ 全等三角形**對應角**相等。

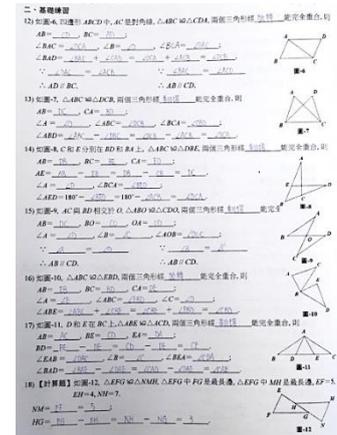


圖-7

三、鞏固提高

學生發現全等三角形的性質後, 即時通過練習運用全等三角形性質指出線段和角相等的關係。以下為學案練習的節錄, 包括了全等三角形中常出現的基本圖 (圖-7 為學生實際的學案)。

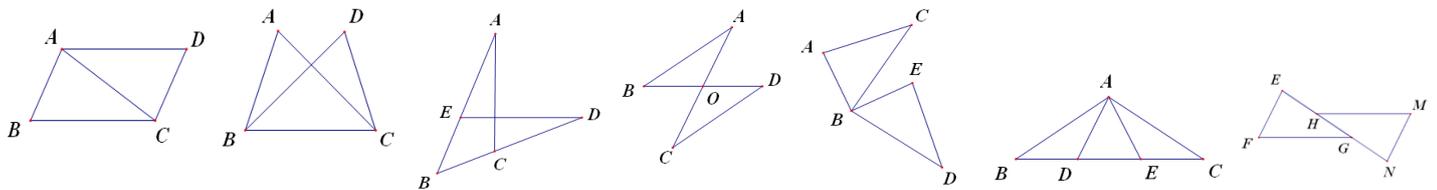
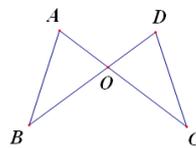
透過練習令學生掌握指出兩個全等三角形對應邊和對應角的關係。

11) 如右圖, AC 與 BD 相交於 O , $\triangle ABO \cong \triangle DCO$, $\triangle ABO$ 經**翻摺**能與 $\triangle DCO$ 完全重合, 則

$AB = DC, BO = CO, OA = OD;$

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle C, \angle BOA = \angle COD.$

$BD = DO + OB = AO + OC = AC.$



四、小結

本節課學習了什麼? 你有哪些收穫?

五、佈置作業

觀看“SSS”微課, 並完成“SSS”學案的預習部分。

【課題】 三角形全等的判定(SSS)

【教學目標】

知識與技能：掌握"邊邊邊"條件的內容，並能應用"邊邊邊"判定方法進行一些簡單的證明。

過程與方法：使學生經歷探索三角形全等條件的過程，體會如何探索研究問題，提高學生分析問題和解決問題的能力。

情感態度與價值觀：1. 通過畫圖、比較、驗證，培養學生注重觀察、善於思考、不斷總結的良好習慣。

2. 通過上課前觀看微課，完成預習案，培養學生自主學習的能力與習慣。

【教學重點】 掌握"邊邊邊"來證明兩個三角形全等

【教學難點】 探究三角形全等的條件

【教學方式】 翻轉式教學

【教學過程】

一. 自主預習

學生在上課前一天觀看微視頻進行自主學習，完成學案的預習部分，並要求學生在筆記本記錄在學習過程中產生的困惑，完成學案的思考題。另外要求一組學生準備在課堂進行匯報(包括簡明的板書，講解)。

微視頻：<https://youtu.be/PthlyFtFH6M>

學案：見附錄

新課引入

全等三角形對應邊相等

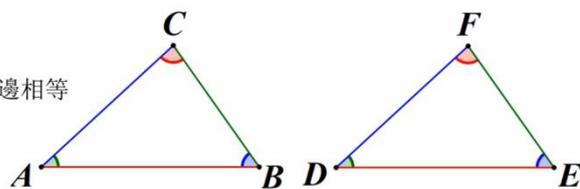
$$AB = DE$$

$$BC = EF$$

$$CA = FD$$

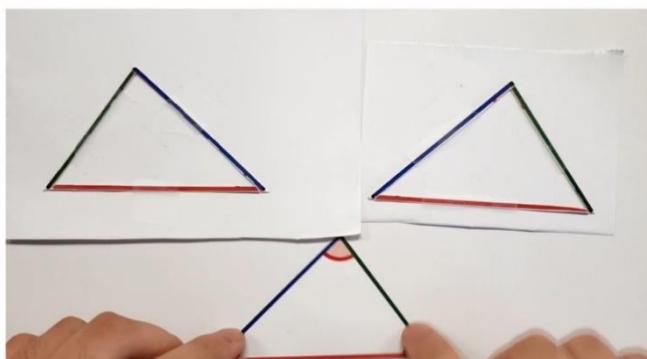
全等三角形對應角相等

$$\angle C = \angle F \quad \angle A = \angle D \quad \angle B = \angle E$$



知識探究

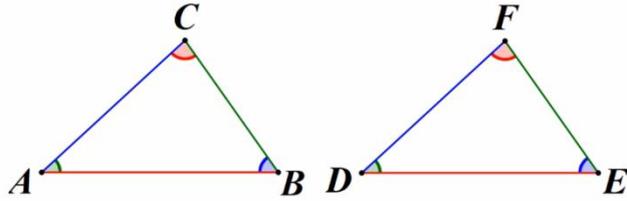
微視頻---複習



微視頻---探究

新知小結

$$\begin{aligned} AB &= DE \\ BC &= EF \\ CA &= FD \end{aligned}$$



三邊分別相等的兩個三角形全等（簡稱“邊邊邊”或“SSS”）

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\text{符號語言: } \begin{cases} AB = DE () \\ BC = EF () \\ CA = FD () \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS)

微視頻---小結

二. 課前報告

1. 按照預定的分組名單，一組學生在上課開始時 5 分鐘內簡要地寫好板書，準備報告"SSS"判定方法的

內容，以及講解學案的思考題.

2. 在需要報告的學生正在板書時，其餘學生獨立完成學案的練習(1)，以檢視預習情況.

練習(1)（紅字表示學生需填寫的內容）

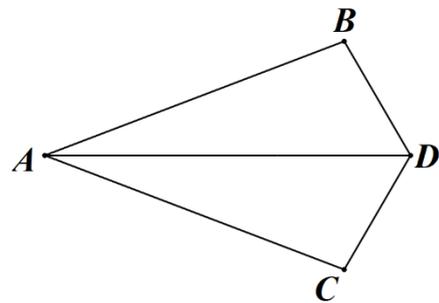
已知：如右圖， $AB = AC$ ， $DB = DC$.

求證： $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

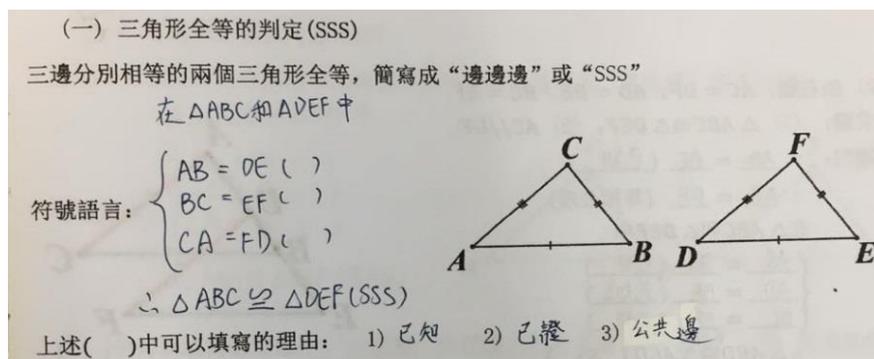
證明：在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AB = AC \text{ (已知)} \\ DB = DC \text{ (已知)} \\ AD = AD \text{ (公共邊)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS)



3. 需報告的學生在 5~6 分鐘內，結合板書扼要地報告"SSS"判定方法的內容，以及講解思考題.



學生的學案---"SSS"判定方法

(三) 思考題

- (1) 請在右圖中作出 $\angle O$ 的平分線；
(2) 試根據作圖方法，證明平分得出的兩個角相等。

求證： $\angle 1 = \angle 2$

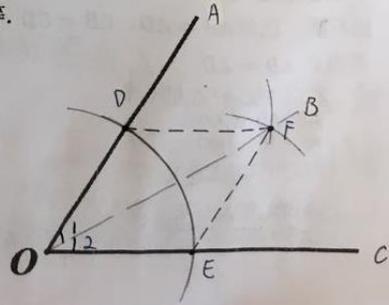
證：由作圖方法得 $DO = EO, DF = EF$

在 $\triangle DOF$ 和 $\triangle EOF$ 中

$$\begin{cases} DF = EF \text{ (已知)} \\ DO = EO \text{ (已知)} \\ OF = OF \text{ (公共邊)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle DOF \cong \triangle EOF$ (SSS)

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (全等三角形，對應角相等)



學生的學案---思考題

三. 合作探究

探究 1 (紅字表示學生需填寫的內容)

已知：如右圖， $AC = DF, AD = BE, BC = EF$.

求證：(1) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；(2) $AC \parallel DF$.

證明： $\because AD = BE$ (已知)

$\therefore AB = DE$ (等加公理)

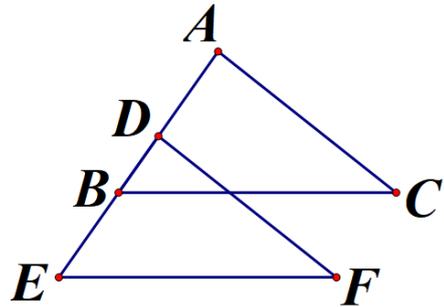
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\because \begin{cases} AB = DE \text{ (已證)} \\ AC = DF \text{ (已知)} \\ BC = EF \text{ (已知)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS)

$\therefore \angle A = \angle EDF$ (全等三角形對應角相等)

$\therefore AC \parallel DF$ (同位角相等，兩直線平行)



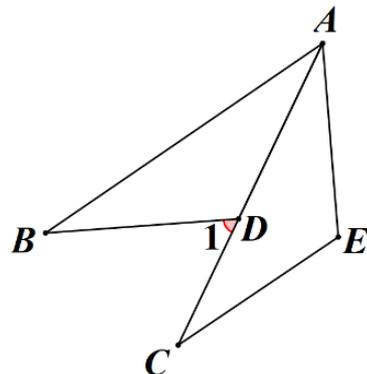
探究 2 (紅字表示學生需填寫的內容)

已知：如右圖， $AB = AC, AD = AE, BD = CE$.

求證： $\angle 1 = \angle C + \angle CAE$.

證明：在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中

$$\because \begin{cases} AB = AC \text{ (已知)} \\ AD = AE \text{ (已知)} \\ BD = CE \text{ (已知)} \end{cases}$$



$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SSS)}$$

$$\therefore \angle B = \angle C, \angle BAD = \angle CAE \text{ (全等三角形對應角相等)}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle B + \angle BAD \text{ (三角形的任一外角等於與它不相鄰的兩內角和)}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle C + \angle CAE \text{ (等量代換)}$$

四. 小組分享

在學生探究的過程中，教師巡視指導，並根據時間和探究情況，邀請一至兩組學生上板分享探究成果(要求學生分工合作進行板書，講解)

五. 小結

本節課學習了什麼？你有哪些收穫？

六. 佈置作業

觀看"SAS"微課，並完成"SAS"學案的預習部分。

【課題】 三角形全等的判定(SAS)

【教學目標】

知識與技能：1. 掌握"邊角邊"條件的內容，並能應用"邊角邊"判定方法進行一些簡單的證明.

2. 初步認識反例的作用，知道利用反例可以判斷一個命題是錯誤的.

過程與方法：使學生經歷探索三角形全等條件的過程，體會如何探索研究問題，提高學生分析問題和解決問題的能力.

情感態度與價值觀：1. 通過畫圖、比較、驗證，培養學生注重觀察、善於思考、不斷總結的良好習慣.

2. 通過上課前觀看微課，完成預習案，培養學生自主學習的能力與習慣.

【教學重點】 掌握"邊角邊"來證明兩個三角形全等

【教學難點】 理解"邊邊角"不能判定三角形全等

【教學方式】 翻轉式教學

【教學過程】

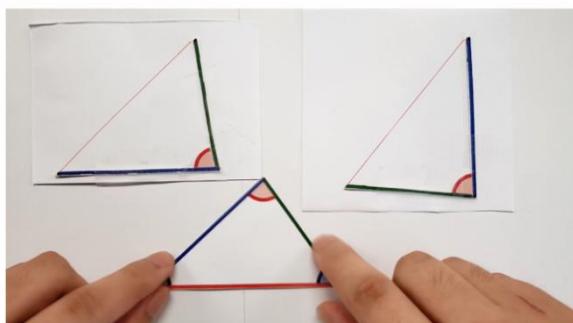
一. 自主預習

學生在上課前一天觀看微視頻進行自主學習，完成學案的預習部分，並要求學生在筆記本記錄在學習過程中產生的困惑，完成學案的思考題。另外要求一組學生準備在課堂進行匯報(包括簡明的板書，講解)。

微視頻：<https://youtu.be/J-IBi5-hpBs>

學案：見附錄

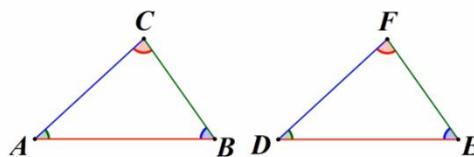
知識探究



微視頻---探究

新知小結

$$\begin{aligned} BC &= EF \\ \angle C &= \angle F \\ CA &= FD \end{aligned}$$



兩邊和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等

(簡稱“邊角邊”或“SAS”)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\text{符號語言: } \begin{cases} BC = EF () \\ \angle C = \angle F () \\ CA = FD () \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)

微視頻---小結

二. 課前報告

1. 按照預定的分組名單，一組學生在上課開始時 5 分鐘內簡要地寫好板書，準備報告"SAS"判定方法的

內容，以及講解學案的思考題.

2. 在需要報告的學生正在板書時，其餘學生獨立完成學案的練習(1)，以檢視預習情況.

練習(1) (紅字表示學生需填寫的內容)

已知：如右圖， AD 平分 $\angle BAC$ ， $AB = AC$.

求證： $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

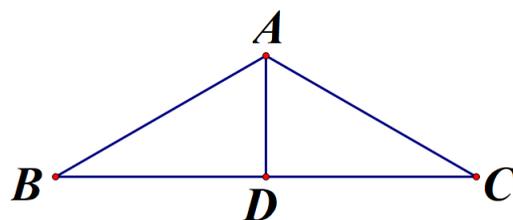
證明： $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ (已知)

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ (角平分線定義)

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\because \begin{cases} AB = AC \text{ (已知)} \\ \angle BAD = \angle CAD \text{ (已證)} \\ AD = AD \text{ (公共邊)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS)



3. 需報告的學生在 5~6 分鐘內，結合板書扼要地報告"SAS"判定方法的內容，以及講解思考題.

在講解思考題("SSA"的反例)前，先引導學生思考除了"SAS"外，兩邊一角還有"SSA"的情況，然後讓學生思考"SSA"能否判定三角形全等，再讓學生講解思考題.

(一) 三角形全等的判定(SAS)

兩邊和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等，簡寫成“邊角邊”或“SAS”

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

符號語言：
$$\begin{cases} BC = EF \text{ ()} \\ \angle C = \angle F \text{ ()} \\ CA = FD \text{ ()} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)

學生的學案---"SAS"判定方法

(三) 思考題

(1) 試在右圖中找出兩個有兩條邊和一個角(不為夾角)相等的三角形。
 由圖可得，圖中有 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ABE$
 $\therefore AB$ 為 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ABE$ 的公共邊
 $\therefore AB = AB$
 $\therefore \angle A$ 為 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ABE$ 的公共角， $\therefore \angle BAD = \angle BAE$ $\therefore BD = BE$

(2) 說明能否用兩條邊和一個角(不為夾角)來判定兩個 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ABE$ 已符合條件三角形全等。

學生的學案---思考題

三. 合作探究

教師利用平板電腦對學生進行隨機分組，學生利用平板電腦進行合作探究。學生在平面電腦可根據已知條件對圖形進行標記，簡便地書寫主要思路，互相討論。

練習1

如圖-1，AD平分 $\angle BAC$ ， $AB = AC$
 求證： $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。
 證明： $\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$ (已知)
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ (角平分線定義)
 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中
 $\begin{cases} AB = AC & (\text{已知}) \\ \angle BAD = \angle CAD & (\text{已證}) \\ AD = AD & (\text{公共邊}) \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS)

平板電腦---學生的練習

練習3

如圖-3，AC, BD交於點O， $AO = CO$ ， $BO = DO$ 。
 求證： $AB \parallel CD$ 。
 證明：在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中
 $\begin{cases} AO = CO & (\text{已知}) \\ \angle AOB = \angle COD & (\text{對頂角相等}) \\ BO = DO & (\text{已知}) \end{cases}$
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$ (SAS)
 $\therefore \angle A = \angle C$ (全等三角形對應角相等)
 $\therefore AB \parallel CD$ (內錯角相等，兩直線平行)

平板電腦---學生的練習

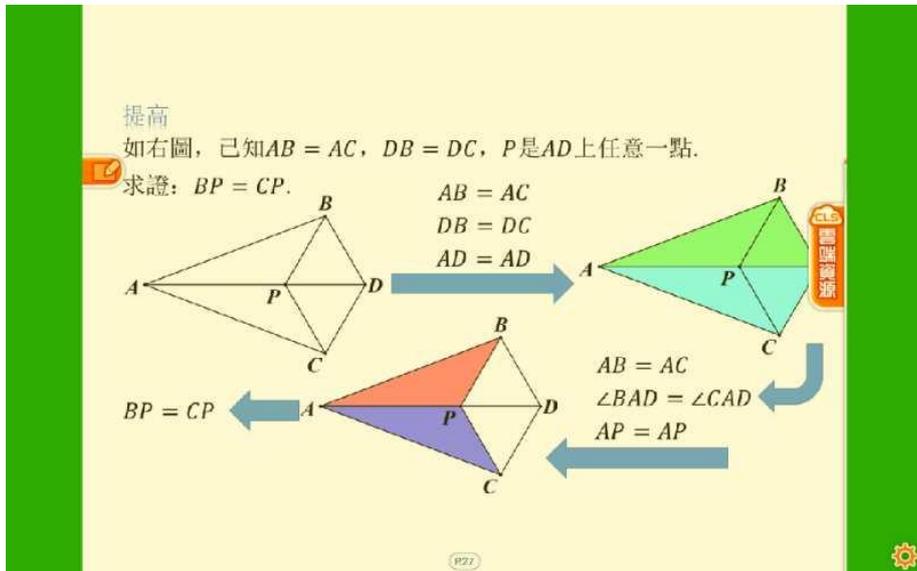
練習(圖)

平板電腦---學生的練習

練習2

如圖-2， $AB = AC$ ， $BD = CE$ 。
 求證：(1) $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ；(2) $\angle B = \angle C$ 。
 證明： $\therefore AB = AC$ ， $BD = CE$ (已知)
 $\therefore AD = AE$ (等式性質)
 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中
 $\begin{cases} AB = AC & (\text{已知}) \\ \angle A = \angle A & (\text{公共角}) \\ AE = AD & (\text{已證}) \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS)
 $\therefore \angle B = \angle C$ (全等三角形對應角相等)

平板電腦---學生的練習



平板電腦---學生的練習

探究 1 (紅字表示學生需填寫的內容)

已知：如右圖， $AB = AC$ ， $BD = CE$ 。

求證：(1) $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ；(2) $\angle B = \angle C$ 。

證明： $\because AB = AC$ ， $BD = CE$ (已知)

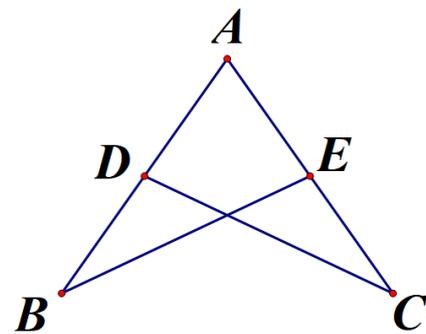
$\therefore AD = AE$ (等減公理)

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\because \begin{cases} AB = AC \text{ (已知)} \\ \angle A = \angle A \text{ (公共角)} \\ AE = AD \text{ (已證)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS)

$\therefore \angle B = \angle C$ (全等三角形對應角相等)



探究 2 (紅字表示學生需填寫的內容)

已知：如右圖， AC, BD 交於點 O ， $AO = CO$ ， $BO = DO$ 。

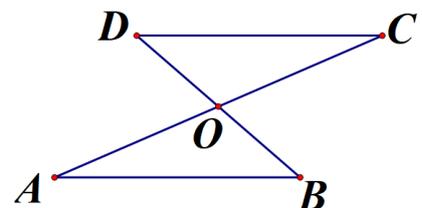
求證： $AB \parallel CD$ 。

證明：在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中，

$$\because \begin{cases} AO = CO \text{ (已知)} \\ \angle AOB = \angle COD \text{ (對頂角相等)} \\ BO = DO \text{ (已知)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$ (SAS)

$\therefore \angle A = \angle C$ (全等三角形對應角相等)



$\therefore AB \parallel CD$ (內錯角相等, 兩直線平行)

四. 小組分享

在學生探究的過程中, 教師巡視指導, 並根據時間和探究情況, 邀請一至兩組學生上板分享探究成果(要求學生分工合作進行板書, 講解)

五. 小結

本節課學習了什麼? 你有什麼收獲?

六. 佈置作業

觀看"ASA, AAS"微課, 並完成"ASA, AAS"學案的預習部分.

【課題】 三角形全等的判定 (ASA, AAS)

【教學目標】

知識與技能：1. 掌握"角邊角"和"角角邊"條件的內容，並能應用"角邊角"和"角角邊"判定方法進行一些簡單的證明。

2. 了解"角邊角"和"角角邊"條件的異同。

過程與方法：使學生經歷探索三角形全等條件的過程，體會如何探索研究問題，提高學生分析問題和解決問題的能力。

情感態度與價值觀：1. 通過畫圖、比較、驗證，培養學生注重觀察、善於思考、不斷總結的良好習慣。

2. 通過上課前觀看微課，完成預習案，培養學生自主學習的能力與習慣。

【教學重點】 掌握"角邊角"和"角角邊"來證明兩個三角形全等

【教學難點】 仔細分析幾何圖形，尋找可證明三角形全等的條件

【教學方式】 翻轉式教學

【教學過程】

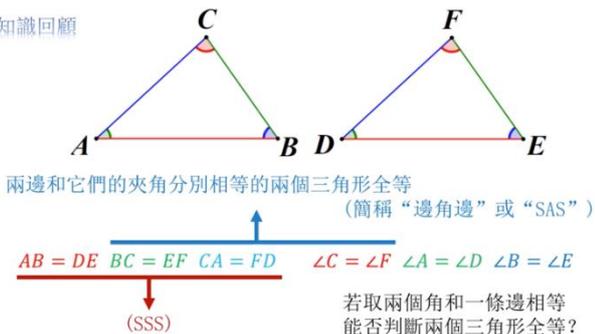
一. 自主預習

學生在上課前一天觀看微視頻進行自主學習，完成學案的預習部分，並要求學生在筆記本記錄在學習過程中產生的困惑，完成學案的思考題，另外要求一組學生準備在課堂進行匯報(包括簡明的板書，講解)。

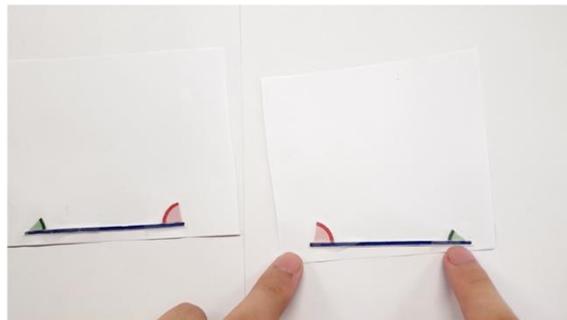
微視頻：<https://youtu.be/4ZF0zFrINis>

學案：見附錄

知識回顧

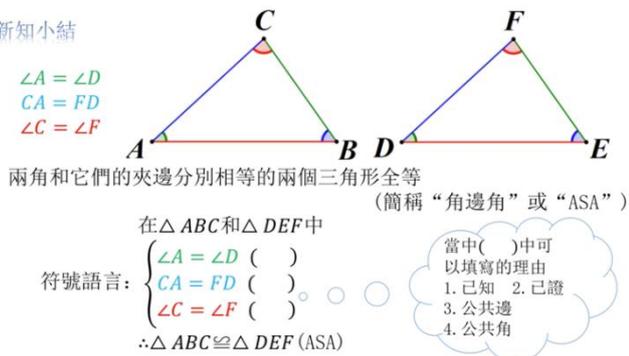


知識探究



微視頻---回顧

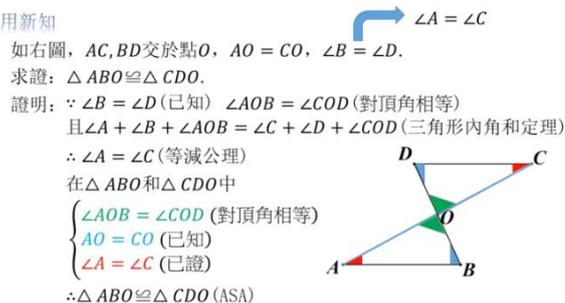
新知小結



微視頻---"ASA"小結

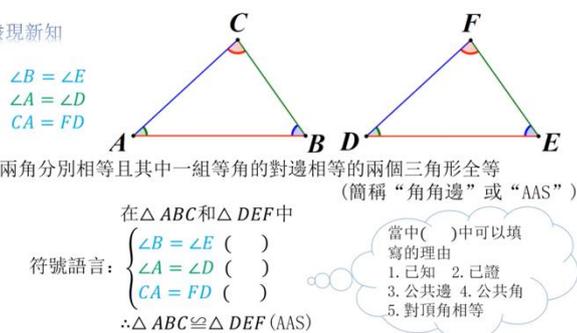
微視頻---探究

運用新知



微視頻---運用新知"ASA"

發現新知



微視頻---"AAS"小結

二. 課前檢測與報告

1. 按照預定的分組名單, 一組學生在上課開始時 5 分鐘內簡要地寫好板書, 準備報告"ASA, AAS"判定方法的內容, 以及講解學案的思考題.
2. 在需要報告的學生正在板書時, 其餘學生獨立完成學案的練習(1), 以檢視預習情況.

練習(1) (紅字表示學生需填寫的內容)

如右圖, $\angle B = \angle C$, $AD = AE$.

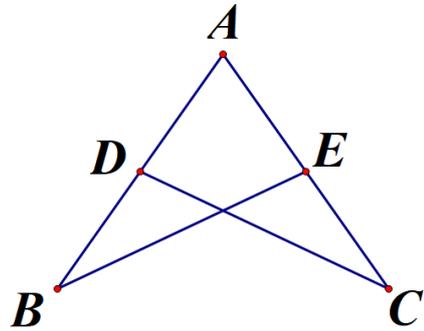
求證: (1) $\triangle ABE \cong \triangle ACD$; (2) $BE = CD$.

證明: 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle B = \angle C \text{ (已知)} \\ \angle A = \angle A \text{ (公共角)} \\ AD = AE \text{ (已知)} \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD \text{ (AAS)}$$

$$\therefore BE = CD \text{ (全等三角形對應邊相等)}$$



3. 需報告的學生在 5~6 分鐘內, 結合板書扼要地報告"ASA, AAS"判定方法的內容, 以及講解思考題.

(一) 三角形全等的判定(ASA/AAS)

兩角和它們的夾邊分別相等的兩個三角形全等, 簡寫成“角邊角”或“ASA”

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

符號語言: $\begin{cases} \angle A = \angle D \text{ ()} \\ CA = FD \text{ ()} \\ \angle C = \angle F \text{ ()} \end{cases}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (ASA)}$

兩角分別相等且其中一組等角的對邊相等的兩個三角形全等, 簡寫成“角角邊”或“AAS”

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

符號語言: $\begin{cases} \angle B = \angle E \text{ ()} \\ \angle A = \angle D \text{ ()} \\ CA = FD \text{ ()} \end{cases}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (AAS)}$

學生的學案--"ASA, AAS"判定方法

(三) 思考題

(1) 若兩個三角形有三組角相等能否得出兩個三角形全等的結論?

$\begin{matrix} \angle A = \angle C & \text{A} & \triangle AOB & \triangle COD & \text{不全等} \\ \angle B = \angle D & \text{A} & & & \\ \angle AOB = \angle COD & \text{A} & & & \end{matrix}$

(2) 總結判定三角形全等的方法有:

1. SSS (邊邊邊) 3. ASA (角邊角)

2. SAS (邊角邊) 4. AAS (角角邊)

學生的學案--思考題

三. 合作探究

探究 1 (紅字表示學生需填寫的內容)

已知: 如右圖, $AB \perp BD$, $ED \perp BD$, $AC \perp CE$, $AC = CE$.

求證: (1) $\triangle ABC \cong \triangle CDE$; (2) $AB + ED = BD$.

證明: $\because AB \perp BD$, $ED \perp BD$, $AC \perp CE$ (已知)

$$\therefore \angle B = \angle D = \angle ACE = 90^\circ \text{ (垂直定義)}$$

$$\text{又} \because \angle ACB + \angle ACE + \angle ECD = 180^\circ \text{ (平角定義)}$$

$$\therefore \angle ACB + 90^\circ + \angle ECD = 180^\circ \text{ (等量化換)}$$

$$\text{即 } \angle ACB + \angle ECD = 90^\circ$$

$$\text{又} \because \angle A + \angle ACB = 90^\circ \text{ (直角三角形兩銳角互餘)}$$

$$\therefore \angle A = \angle ECD \text{ (同角的餘角相等)}$$

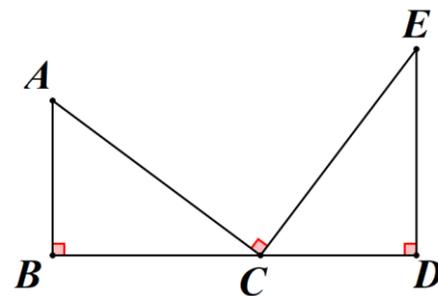
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle A = \angle ECD \text{ (已證)} \\ \angle B = \angle D \text{ (已證)} \\ AC = CE \text{ (已知)} \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDE \text{ (AAS)}$$

$$\therefore AB = CD, BC = DE \text{ (全等三角形對應邊相等)}$$

$$\therefore AB + ED = CD + BC = BD \text{ (等量代換)}$$



探究 2 (紅字表示學生需填寫的內容)

已知: B, E, C, F 在同一直線上, $AB \parallel DF$, $AC \parallel DE$, $BE = FC$.

求證: $\triangle ABC \cong \triangle DFE$.

證明: $\because AB \parallel DF$, $AC \parallel DE$ (已知)

$\therefore \angle B = \angle F, \angle ACB = \angle DEF$ (兩直線平行, 內錯角相等)

又 $\because BE = FC$ (已知)

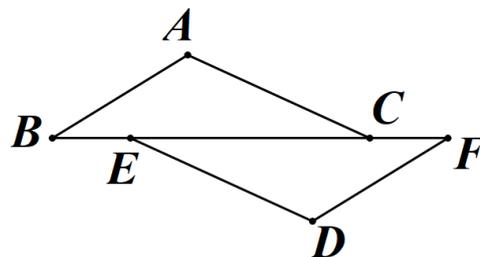
$\therefore BE + EC = EC + CF$ (等加公理)

即 $BC = EF$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle B = \angle F \text{ (已證)} \\ BC = EF \text{ (已證)} \\ \angle ACB = \angle DEF \text{ (已證)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DFE$ (ASA)



四. 小組分享

在學生探究的過程中, 教師巡視指導, 並根據時間和探究情況, 邀請一至兩組學生上板分享探究成果(要求學生分工合作進行板書, 講解)

五. 小結

本節課學習了什麼? 你有哪些收穫?

六. 佈置作業

觀看"HL"微課, 並完成"HL"學案的預習部分.

【課題】 三角形全等的判定(HL)

【教學目標】

知識與技能：掌握"斜邊、直角邊"條件的內容，並能應用"斜邊、直角邊"判定方法進行一些簡單的證明。

過程與方法：使學生經歷探索三角形全等條件的過程，體會如何探索研究問題，提高學生分析問題和解決問題的能力。

情感態度與價值觀：1. 通過畫圖、比較、驗證，培養學生注重觀察、善於思考、不斷總結的良好習慣。

2. 通過上課前觀看微課，完成預習案，培養學生自主學習的能力與習慣。

【教學重點】掌握"斜邊、直角邊"來證明兩個三角形全等

【教學難點】探究三角形全等的條件

【教學方式】翻轉式教學

【教學過程】

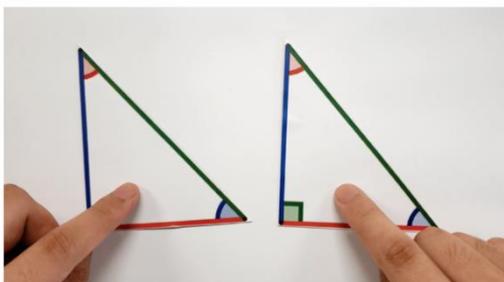
一. 自主預習

學生在上課前一天觀看微視頻進行自主學習，完成學案的預習部分，並要求學生在筆記本記錄在學習過程中產生的困惑，完成學案的思考題。另外要求一組學生準備在課堂進行匯報(包括簡明的板書，講解)。

微視頻：<https://youtu.be/QMAYzD1DGY4>

學案：見附錄

知識探究

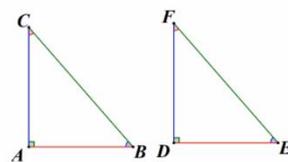


微視頻---探究

新知小結

Rt $\triangle ABC$ 和Rt $\triangle DEF$

$$\begin{aligned} BC &= EF \\ AB &= DE \end{aligned}$$



斜邊和一條直角邊分別相等的兩個直角三角形全等

(簡稱“斜邊、直角邊”或“HL”)

在Rt $\triangle ABC$ 和Rt $\triangle DEF$ 中
符號語言： $\begin{cases} BC = EF () \\ AB = DE () \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt } \triangle ABC \cong \text{Rt } \triangle DEF (\text{HL})$

當()中可以填寫的理由
1. 已知 2. 已證
3. 公共邊 4. 公共角
5. 對頂角相等

微視頻---小

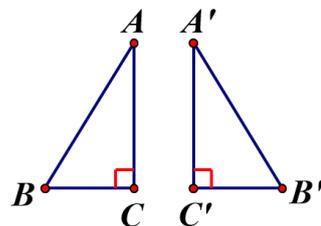
二. 課前檢測與報告

1. 回顧判定三角形全等的五個方法 ("SSS", "SAS", "AAS", "ASA", "HL"), 並強調"HL"只能對直角三角形使用.
2. 學生在 1 至 2 分鐘內獨立完成學案的課前檢測部份, 從而辨識判定三角形全等的五個方法的區別.

已知 $Rt\triangle ABC$ 與 $Rt\triangle A'B'C'$ 中, $\angle C = \angle C' = 90^\circ$.

請判斷具有下列條件的 $Rt\triangle ABC$ 與 $Rt\triangle A'B'C'$ 是否全等? 如果是全等三角形, 請寫出判定的依據.

- (1) $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ (HL)
- (2) $AC = A'C'$, $BC = B'C'$ (SAS)
- (3) $\angle B = \angle B'$, $BC = B'C'$ (ASA)
- (4) $\angle B = \angle B'$, $AB = A'B'$ (ASA)
- (5) $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$ (不能判定)



3. 按照預定的分組名單, 一組學生在上課開始時 5 分鐘內簡要地寫好板書, 準備報告"HL"判定方法的內容, 以及講解學案的思考題.
4. 在需要報告的學生正在板書時, 其餘學生獨立完成學案的練習(1), 以檢視預習情況.

練習(1) (紅字表示學生需填寫的內容)

已知: 如右圖, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, 且 $AB = CD$, $BE = FC$.

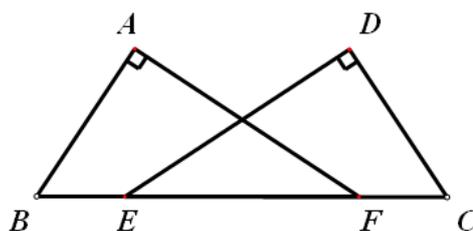
求證: $\angle B = \angle C$.

證明: $\because BE = CF$ (已知)

$\therefore BF = CE$ (等加公理)

$\because \angle A = \angle D = 90^\circ$ (已知)

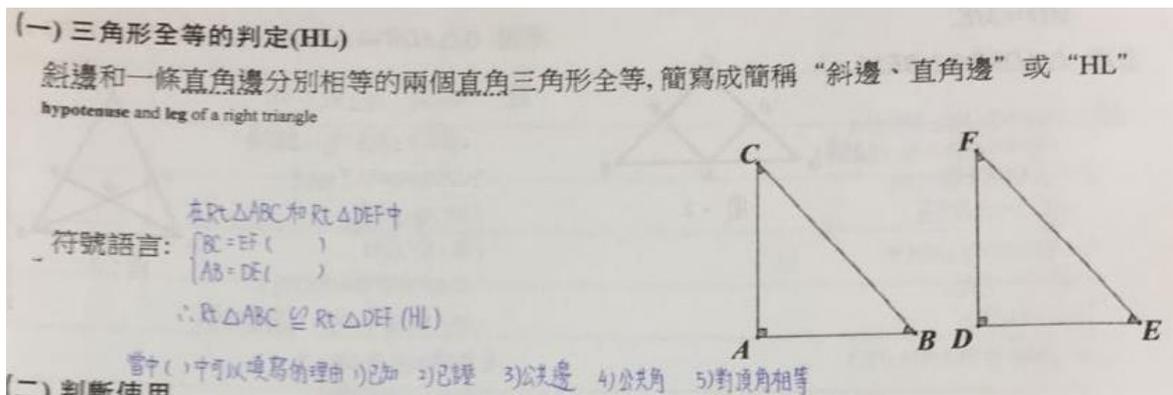
在 $Rt\triangle ABF$ 和 $Rt\triangle DCE$ 中,



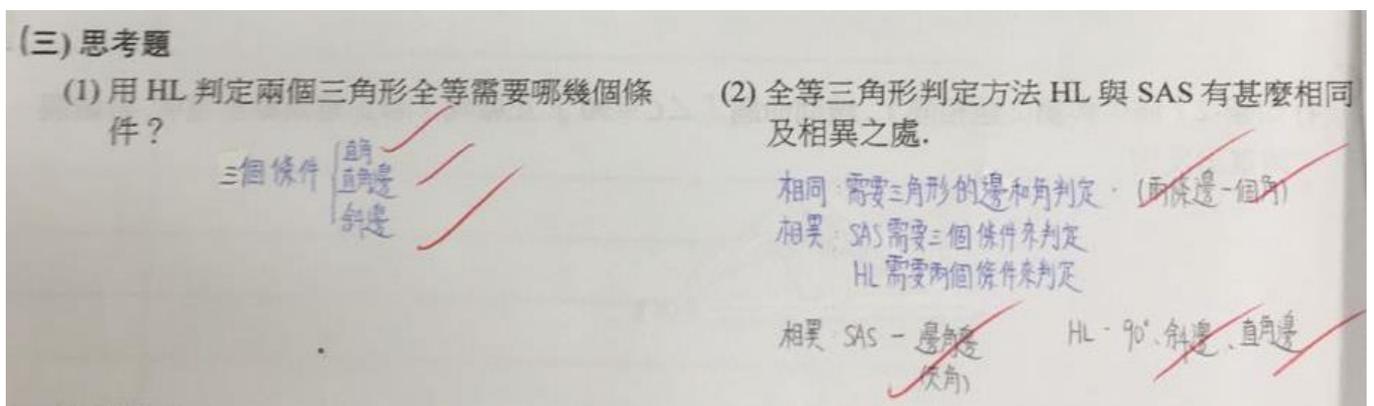
$$\therefore \begin{cases} AB = CD \text{ (已知)} \\ BF = CE \text{ (已證)} \end{cases}$$

$$\therefore Rt\triangle ABF \cong Rt\triangle DCE \text{ (HL)}$$

3. 需報告的學生在 5~6 分鐘內，結合板書扼要地報告"HL"判定方法的內容，以及講解思考題.



學生的學案---"HL"判定方法



學生的學案---思考題

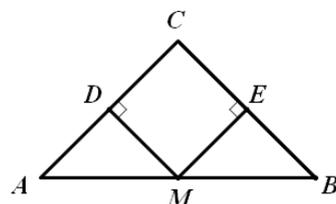
三. 合作探究

探究 1 (紅字表示學生需填寫的內容)

已知: 如右圖, D 、 E 分別在 CA 、 CB 上, M 是 AB 中點, $MD \perp AC$, $ME \perp BC$,

$$MD = ME.$$

求證: $\triangle ADM \cong \triangle BEM$.



證明：∵ M 是 AB 中點 (已知)

∴ $AM = BM$ (中點定義)

∵ $MD \perp AC, ME \perp BC$ (已知)

∴ $\angle MDA = \angle MEB = 90^\circ$ (垂直定義)

在 $Rt\triangle ADM$ 和 $Rt\triangle BEM$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AM = BM \text{ (已證)} \\ MD = ME \text{ (已知)} \end{cases}$$

∴ $Rt\triangle ADM \cong Rt\triangle BEM$ (HL)

探究 2 (紅字表示學生需填寫的內容)

已知：如右圖， D 、 E 分別在 CA 、 CB 上， $BD \perp AC, AE \perp BC, AE = BD$ 。

求證：(1) $\triangle ADB \cong \triangle BEA$ ； (2) $\triangle ADO \cong \triangle BEO$ 。

證明：∵ $BD \perp AC, AE \perp BC$ (已知)

∴ $\angle ADB = \angle BEA = 90^\circ$ (垂直定義)

在 $Rt\triangle ADB$ 和 $Rt\triangle BEA$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB = AB \text{ (公共邊)} \\ AE = BD \text{ (已知)} \end{cases}$$

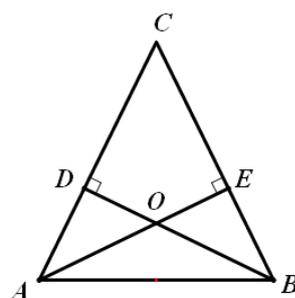
∴ $Rt\triangle ADB \cong Rt\triangle BEA$ (HL)

∴ $AD = BE$ (全等三角形對應邊相等)

在 $\triangle ADO$ 和 $\triangle BEO$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AD = BE \text{ (已證)} \\ \angle ADE = \angle BEA \text{ (已證)} \\ \angle DOA = \angle EOB \text{ (對頂角相等)} \end{cases}$$

∴ $\triangle ADO \cong \triangle BEO$ (AAS)



四. 小組分享

在學生探究的過程中，教師巡視指導，並根據時間和探究情況，邀請一至兩組學生上板分享探究成果(要求學生分工合作進行板書，講解)

五. 小結

本節課學習了什麼？你有哪些收穫？

六. 佈置作業

工作紙：見附錄

教學評估與反思

全等三角形教學中實行翻轉課堂模式，同時課上結合平板電腦有利於提昇課堂效率。翻轉課堂在課後不安排作業，取而代之的是觀看微視頻預習下一節課的內容，在課上分享討論自己的學習成果並完成練習，同學普遍喜歡這種有較多互動、較多展示機會的學習形式。

與傳統教學相比，翻轉課堂減輕學生繁重的作業，釋放課後時間讓學生自主學習，學生可根據自身情況安排適當的學習時間，亦能使用電子教學平台進行發問，不再限於課堂內必須達至學習目標，這樣增加學生學習的自主程度，同時提昇學生的主動性和自覺性，從而獲得更高的學習效率。再者，基於學生進入課堂時已準備好基礎知識，老師在教學安排上的靈活性增加，可排更多的活動教學及小組分享時間，加強教學成效。例如，學習全等三角形概念及性質時，學生通過觀察常見的三角尺直觀認識全等三角形的概念，將熟悉的實物與抽象的概念建立強烈聯繫，加深對抽象概念理解；另外，小組分享不單讓學生掌握新知識後馬上活學活用，還能教會他們自主分工和發揮團體合作精神，而且分享後老師會引導學生評價當中值得表揚和改進的地方，這樣能鼓勵所有學生都積極投入到分享活動中。此外，老師在活動教學或小組分享中使用平板電腦可以得到學生即時反饋和令師生互動更便捷，大大提高學生課堂參與度。

雖然，學生起初需要時間適應翻轉課堂教學及平板電腦操作，但經過數次嘗試後學生已經熟悉了新的教學模式，教學效果及質量正逐步提高。相比較過往幾何證明課的單調乏味，翻轉視頻和小組合作分享形式更有趣更多元化，教學充滿無限的可能性，學生因此變得更願意學習幾何證明。慢慢地同學明白有付出就有收獲（課前有預習課上才能展示得更好），而且教學中給予學生的正面評價不斷增強他們學習數學的信心，數學成績和能力自自然然得到提高。相信只要不斷進行優化和調整，學生能通過翻轉課堂培養出自主的學習習慣，擁有較高的學習動機，學會預習前先確立目標，學會凡事反思不足可改善之處，並且適時調整自身學習方法和進度。

教學建議

運用資訊科技進行翻轉課堂是較新的課堂模式，目的在於構建學生自主學習能力並提昇課堂效率，同時發展綜合思考能力。準備及實施翻轉課堂需要注意以下四方面的事項。

1. 選擇適合翻轉的教學內容

初中數學科剛試行翻轉課堂時，可選擇基本概念較多的章節進行翻轉，如平面幾何中的《相交線與平行線》及《全等三角形》等。微課中重點講清楚幾何概念，並以簡單例子輔助加深學生的概念認識，由於學生在微課中已明白基本概念，課堂上可集中完成綜合證明題。

2. 設計並錄製簡潔生動的微課

微課是翻轉課堂的重要組成，建議按整章教學內容進行設計。以《全等三角形》一章為例，微課主要分為知識回顧、新課引入、知識探究、新知小結、運用新知及思考題六大部份，並根據每節內容進行增減，統一簡潔的微課結構能讓學生思維更清晰，有效提高學習效率。

此外，具吸引力的微課能提高學生的學習興趣。除了利用 Microsoft 免費的 Office Mix 錄製 PowerPoint 簡報外，微課還可結合實物錄影，並選取合適軟件剪接及加入字幕。這樣不僅提高微課的可用性，也令微課變得更生動有趣，學生更容易理解抽象的幾何概念。完成微課錄製後，通過簡單的幾步就能在合作公司的翻轉教室學習平台迅速發佈。

由於實物錄製、視頻剪接及添加字幕的工作量較大，可根據教學內容和實際環境有條件地選取，適時也應尋求校內資訊人員的支援，一段優質的微課在日後能反覆利用及分享，善用教學資源。

3. 給予學生過度的階段

老師應協助學生適應新的教學模式，由於翻轉課堂沒有作業，取而代之的是微課筆記及簡單的線上檢測練習，因此要提醒學生回家後觀看微課，並完成

相關筆記及練習，同時及時在課堂上評價他們的筆記及練習，讚揚表現良好的學生，跟進進度落後的學生。

另外，適應階段時學生完成微課的速度較慢，應與其他學科協調避免多個學科同時進行翻轉課堂。事實上，學生具有很強的適應能力，大部份很快就能按著老師要求完成任務，慢慢養成自主學習的習慣及能力。

4. 增強課堂上與學生的互動

翻轉課堂另一個重要的組成是課堂上與學生的互動，由於學生已經掌握基本概念，因此課上適宜利用問題探究和小組合作方式引導學生學習，而且朋輩互助能有效提高主動性。為了進一步提昇課堂效率，可利用資訊科技加強師生互動，如平板電腦即時分享功能讓學生可以在全班面前展示小組成果，當中的智能練習還能馬上回饋學生的情況，應用平板不但加強師生互動，也提高學生的參與度，不過老師應注意引導學生使用平板的指示要簡潔清晰，這樣能令課堂節奏更流暢。此外，小組討論及分享中，老師應該多鼓勵學生用自己的語言表達，讓學生活學活用新學知識。

總括以上四點，老師要根據學生情況和教學內容設計翻轉課堂，只有悉心準備的優質微課與生動有趣的課堂互動才能取得好的教學成果，最終讓學生通過翻轉培養出自主學習的習慣和能力。

參考資料

1. 《數學八年級上冊》 2012 版 人民教育出版社中學數學室編著 人民教育出版社
2. 《數學八年級上冊教師教學用書》 2012 版 人民教育出版社中學數學室編著 人民教育出版社
3. 《高效通數學八年級上冊》 2016 版 秦月華主編 延邊教育出版社
4. 《鼎尖教案》(八年級上冊·數學) 2015 版 劉文祥、李亞杰等編著 延邊教育出版社
5. 《平面幾何練習冊(一)》 2015 版 校本教材

附錄

【學案】 全等三角形

2017 至 2018 學年初一級數學科第四段學案(十九)《全等三角形》Name: _____

一、基本概念

➤ **平面圖形的基本運動**——平面圖形經過_____、_____、_____，雖然_____發生了變化，但_____、_____不變。

- 1) 圖-1 中，兩個三角形經過_____能夠完全重合。
- 2) 圖-2 中，兩個三角形經過_____能夠完全重合。
- 3) 圖-3 中，兩個梯形經過_____能夠完全重合。
- 4) 圖-4 中，兩個三角形經過先_____後_____能夠完全重合。

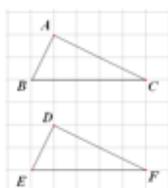


圖-1

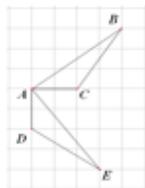


圖-2

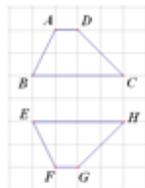


圖-3

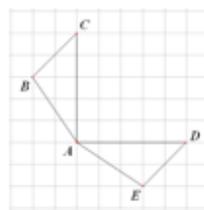


圖-4

- **全等形定義**——經過平移、旋轉、翻折後能夠完全_____的兩個圖形叫做全等形。
- **全等三角形定義**——兩個三角形是全等形，稱這兩個三角形是_____。
- 5) 兩個全等三角形，經過平移、旋轉、翻折後完全重合，相互重合的頂點稱為_____，相互重合的邊叫做_____，相互重合的角叫做_____。
 - 6) 圖-1 中， $\triangle ABC$ 經過向下平移可與 $\triangle DEF$ 重合，則
 - i) 頂點 A 的對應頂點是_____；頂點 B 的對應頂點是_____；頂點 C 的對應頂點是_____。
 - ii) AB 的對應邊是_____； BC 的對應邊是_____； CA 的對應邊是_____。
 - iii) $\angle A$ 的對應角是_____； $\angle B$ 的對應角是_____； $\angle C$ 的對應角是_____。
- **全等三角形的表示**——用符號 \cong 表示兩個全等三角形時，把對應頂點的字母寫在對應的位置。
- 7) 圖-1 中， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是全等三角形，記作_____。當中“ \cong ”表示全等，“ \cong ”讀作“_____”。
 - 8) 圖-2 兩個全等三角形記作_____；圖-4 兩個全等三角形記作_____。
- **全等三角形的性質**
- ✓ 全等三角形_____相等。 ✓ 全等三角形_____相等。
- 9) 圖-1 中， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，則
 $AB =$ _____, $BC =$ _____, $CA =$ _____, $\angle A =$ _____, $\angle B =$ _____, $\angle C =$ _____。

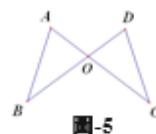


圖-5

二、基礎練習

- 12) 如圖-6, 四邊形 $ABCD$ 中, AC 是對角線, $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, 兩個三角形經_____能完全重合, 則

$$AB = \underline{\hspace{2cm}}, BC = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}, \angle B = \underline{\hspace{2cm}}, \angle BCA = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle BAD = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \therefore \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore AD \parallel BC. \quad \therefore AB \parallel CD.$$

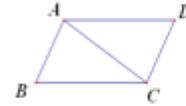


圖-6

- 13) 如圖-7, $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 兩個三角形經_____能完全重合, 則

$$AB = \underline{\hspace{2cm}}, CA = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}, \angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}, \angle BCA = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle ABD = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

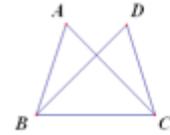


圖-7

- 14) 如圖-8, C 和 E 分別在 BD 和 BA 上, $\triangle ABC \cong \triangle DBE$, 兩個三角形經_____能完全重合, 則

$$AB = \underline{\hspace{2cm}}, BC = \underline{\hspace{2cm}}, CA = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$AE = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}, \angle BCA = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle AED = 180^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

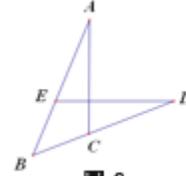


圖-8

- 15) 如圖-9, AC 與 BD 相交於 O , $\triangle ABO \cong \triangle CDO$, 兩個三角形經_____能完全重合, 則

$$AB = \underline{\hspace{2cm}}, BO = \underline{\hspace{2cm}}, OA = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}, \angle B = \underline{\hspace{2cm}}, \angle AOB = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \therefore \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore AB \parallel CD. \quad \therefore AB \parallel CD.$$

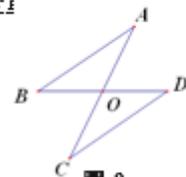


圖-9

- 16) 如圖-10, $\triangle ABC \cong \triangle EBD$, 兩個三角形經_____能完全重合, 則

$$AB = \underline{\hspace{2cm}}, BC = \underline{\hspace{2cm}}, CA = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle A = \underline{\hspace{2cm}}, \angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}, \angle C = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\angle ABE = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

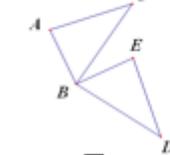


圖-10

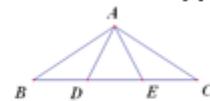


圖-11

【學案】 三角形全等的判定 (SSS)

2017 至 2018 學年初一級數學科第四段 學案《三角形全等的判定 (SSS)》

Class: _____ Name: _____ Class No. : _____

★預習:

(零) 知識回顧:

如右圖，若兩個三角形全等可以得到:

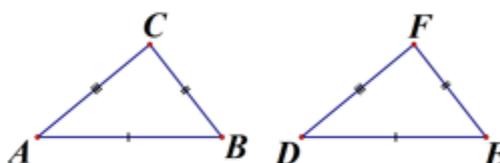
_____ = _____; _____ = _____; _____ = _____;
 _____ = _____; _____ = _____; _____ = _____.



(一) 三角形全等的判定 (SSS)

三邊分別相等的兩個三角形全等，簡寫成“邊邊邊”或“SSS”

符號語言:



上述()中可以填寫的理由: 1) _____ 2) _____ 3) _____

(二) 判定使用

如右圖， D 為 BC 中點， $AB = AC$.

求證: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

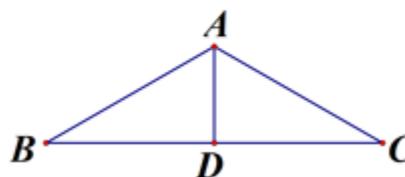
證明: $\because D$ 為 BC 中點 (_____)

\therefore _____ = _____ (_____)

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中

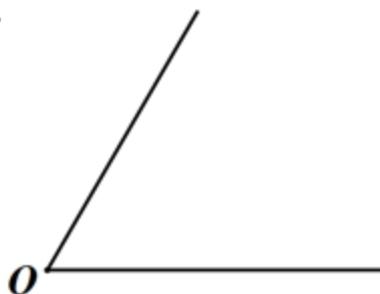
$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ (_____)} \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ (_____)} \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ (_____)} \end{array} \right.$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (_____)



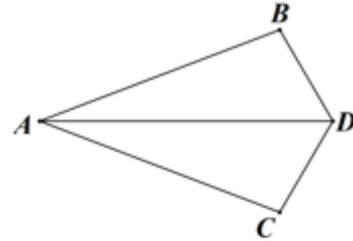
(三) 思考題

- (1) 請在右圖中作出 $\angle O$ 的平分線;
- (2) 試根據作圖方法，證明平分得出的兩個角相等。



★堂上練習：

- 1) 如右圖， $AB = AC$ ， $DB = DC$ 。
求證： $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。



- 2) 如右圖， $AC = DF$ ， $AD = BE$ ， $BC = EF$ 。
求證：(1) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；(2) $AC \parallel DF$ 。

證明： \because $AD = BE$ ()

$\therefore AD + DB = BE + DB$ (等加公理)

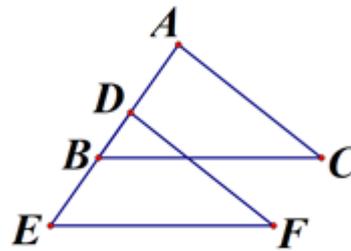
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\begin{cases} AC = DF & (\text{已知}) \\ BC = EF & (\text{已知}) \\ AB = DE & (\text{已證}) \end{cases}$$

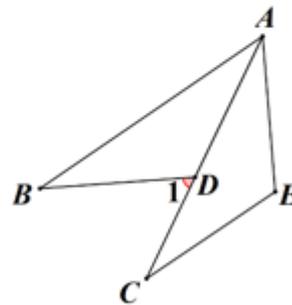
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS)

$\therefore \angle A = \angle D$ ()

$\therefore AC \parallel DF$ ()

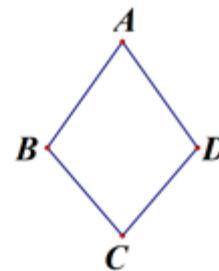


- 3) 如右圖， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $BD = CE$ 。
求證： $\angle 1 = \angle C + \angle CAE$ 。



★課後思考：

- 如右圖，已知 $AB = AD$ ， $CB = CD$ 。
求證： $\angle B = \angle D$ 。



【學案】 三角形全等的判定 (SAS)

2017 至 2018 學年初一級數學科第四段 學案《三角形全等的判定 (SAS)》

Class: _____ Name: _____ Class No.: _____

★預習:

(零) 知識回顧:

如右圖, 若兩個三角形全等可以得到:

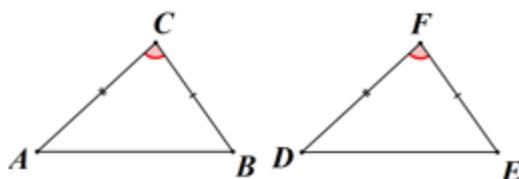
_____ = _____; _____ = _____; _____ = _____;
 _____ = _____; _____ = _____; _____ = _____.



(一) 三角形全等的判定 (SAS)

兩邊和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等, 簡寫成“邊角邊”或“SAS”

符號語言:



() 中可以填寫的理由: 1) 已知 2) 已證 3) 公共邊 4) 公共角 5) 對頂角相等

★使用 SAS 來判定兩個三角形全等, 當中的角必需為夾角★

(二) 判定使用

如右圖, AD 平分 $\angle BAC$, $AB = AC$.

求證: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

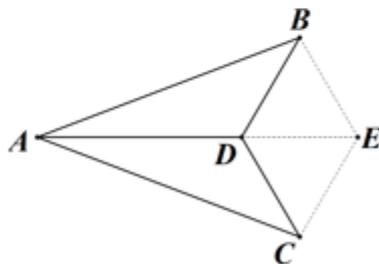
證明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ (_____)

\therefore _____ = _____ (_____)

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中

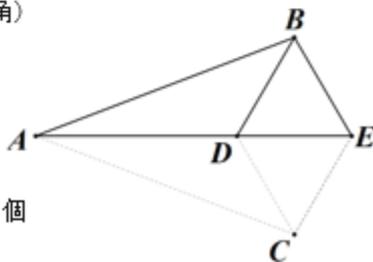
$\begin{cases} \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} & (\underline{\hspace{1cm}}) \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} & (\underline{\hspace{1cm}}) \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} & (\underline{\hspace{1cm}}) \end{cases}$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (_____)



(三) 思考題

(1) 試在右圖中找出兩個有兩條邊和一個角 (不為夾角) 相等的三角形.



(2) 說明能否用兩條邊和一個角 (不為夾角) 來判定兩個三角形全等.

★堂上練習：

1) 如右圖， AD 平分 $\angle BAC$ ， $AB = AC$ 。

求證： $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。

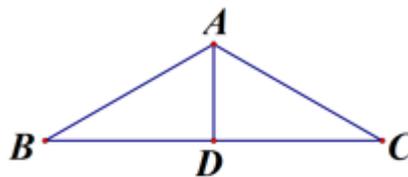
證明： $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ()

$\therefore \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (角平分線定義)

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\begin{cases} \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} & (\text{ }) \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} & (\text{ }) \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} & (\text{ }) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ ()



2) 如右圖， $AB = AC$ ， $BD = CE$ 。

求證：(1) $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ；(2) $\angle B = \angle C$ 。

證明： $\because \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ ()

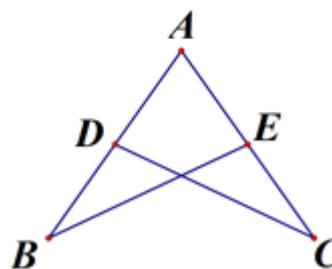
$\therefore \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ (等減公理)

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\begin{cases} \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} & (\text{ }) \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} & (\text{ }) \\ \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} & (\text{ }) \end{cases}$$

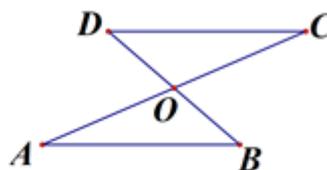
$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ ()

$\therefore \angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ()



3) 如右圖， AC, BD 交於點 O ， $AO = CO$ ， $BO = DO$ 。

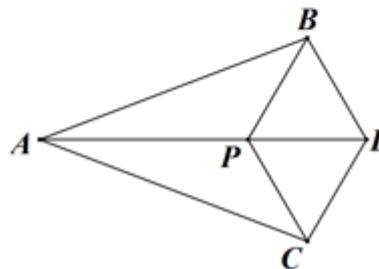
求證： $AB \parallel CD$ 。



★課後思考：

如右圖，已知 $AB = AC$ ， $DB = DC$ ， P 是 AD 上任意一點。

求證： $BP = CP$ 。



【學案】 三角形全等的判定 (ASA, AAS)

2017 至 2018 學年初一級數學科第四段 學案《三角形全等的判定 (ASA/AAS)》

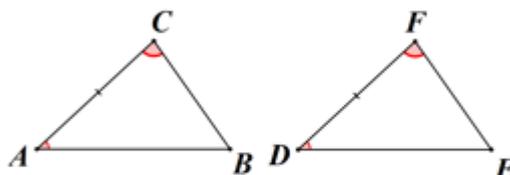
Class: _____ Name: _____ Class No. : _____

★預習：

(一) 三角形全等的判定 (ASA/AAS)

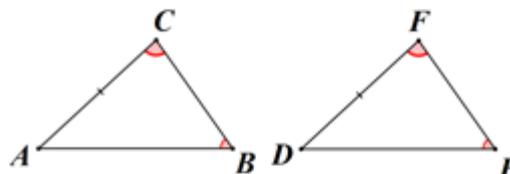
兩角和它們的夾邊分別相等的兩個三角形全等，簡寫成“角邊角”或“ASA”

符號語言：



兩角分別相等且其中一組等角的對邊相等的兩個三角形全等，簡寫成“角角邊”或“AAS”

符號語言：



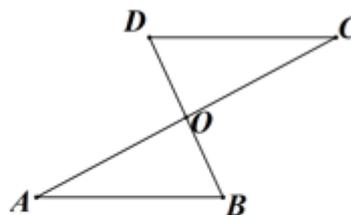
()中可以填寫的理由： 1) 已知 2) 已證 3) 公共邊 4) 公共角 5) 對頂角相等

(二) 判定使用

如右圖， AC, BD 交於點 O ， $AO = CO$ ， $\angle B = \angle D$ 。

求證： $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ 。

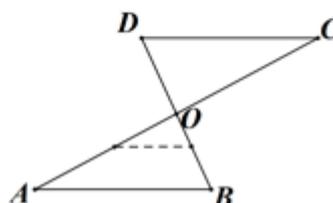
證明：



(三) 思考題

(1) 若兩個三角形有三組角相等能否得出兩個三角形全等的結論？

(2) 總結判定三角形全等的方法有：

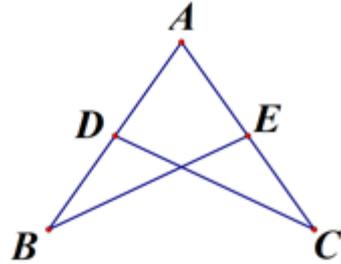


★堂上練習：

1) 如右圖， $\angle B = \angle C$ ， $AD = AE$ 。

求證：(1) $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ；(2) $BD = CE$ 。

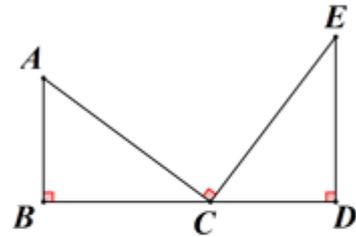
證明：



2) 如右圖， $AB \perp BD$ ， $ED \perp BD$ ， $AC \perp CE$ ， $AC = CE$ 。

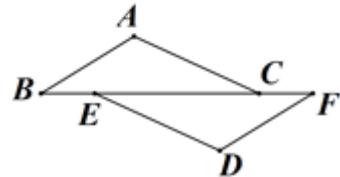
求證：(1) $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ ；(2) $AB + ED = BD$ 。

證明：



3) 如右圖， B, E, C, F 在同一直線上， $AB \parallel DF$ ， $AC \parallel DE$ ， $BE = FC$ 。

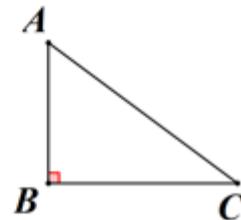
求證： $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ 。



★課後思考：

如右圖，已知 $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle B = 90^\circ$

求證： $AC > AB$ 。



【學案】 三角形全等的判定 (HL)

2017 至 2018 學年初一級數學科第四段學案《三角形全等的判定 (HL)》Name: _____

★ 預習筆記

(一) 三角形全等的判定(HL)

斜邊和一條直角邊分別相等的兩個直角三角形全等, 簡寫成簡稱“斜邊、直角邊”或“HL”

hypotenuse and leg of a right triangle

符號語言:

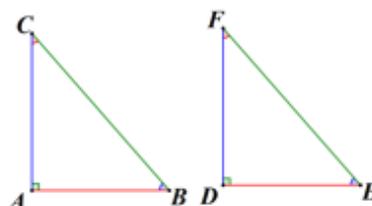


圖-1

(二) 判斷使用

已知: 如圖-2, $CA \perp AB, DB \perp BA, CB = DA$.

求證: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$

證明: $\because CA \perp AB, DB \perp BA$ (_____)

\therefore _____ = _____ = _____ (_____)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle CDA$ 中

$$\begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} & (\underline{\hspace{2cm}}) \\ \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} & (\underline{\hspace{2cm}}) \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle CDA$ (_____)

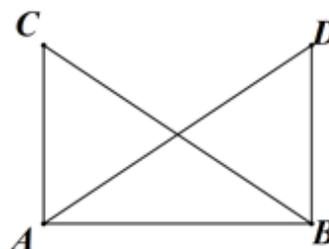


圖-2

(三) 思考題

(1) 用 HL 判定兩個三角形全等需要哪幾個條件?

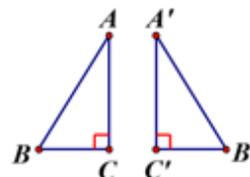
(2) 全等三角形判定方法 HL 與 SAS 有甚麼相同及相異之處.

★ 堂上練習

1) 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 與 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 中, $\angle C = \angle C' = 90^\circ$.

請判斷具有下列條件的 $\text{Rt}\triangle ABC$ 與 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 是否全等? 如果是全等三角形, 請寫出判定的依據.

- (1) $AB = A'B', AC = A'C'$ (_____)
- (2) $AC = A'C', BC = B'C'$ (_____)
- (3) $\angle B = \angle B', BC = B'C'$ (_____)
- (4) $\angle B = \angle B', AB = A'B'$ (_____)



2) 已知: 如圖-3, $\angle A = \angle D = 90^\circ$, 且 $AB = CD$, $BE = FC$.

求證: $\angle B = \angle C$.

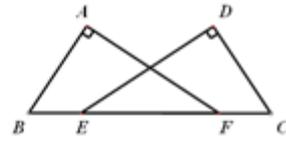


圖-3

3) 已知: 如圖-4, D 、 E 分別在 CA 、 CB 上,
 M 是 AB 中點, $MD \perp AC$, $ME \perp BC$,
 $MD = ME$.

求證: $\triangle ADM \cong \triangle BEM$.

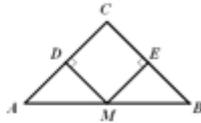


圖-4

4) 已知: 如圖-5, D 、 E 分別在 CA 、 CB 上,
 $BD \perp AC$, $AE \perp BC$, $AE = BD$

求證: i) $\triangle ADB \cong \triangle BEA$; ii) $\triangle ADO \cong \triangle BEO$

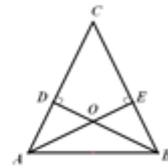


圖-5

5) 如圖-4 (條件與第 2 題相同),
請問命題「 $\angle C = 90^\circ$ 」正確嗎?
若正確請給出證明, 若錯誤請畫
出反例.

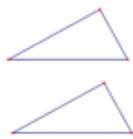
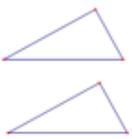
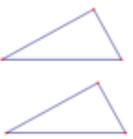
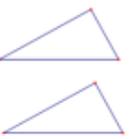
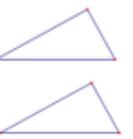
★ 課後思考. (提示: 可用 SSS、SAS、ASA、AAS 或 HL)

- 1) 利用無刻度直尺和圓規作圖 (並寫出作圖步驟):
過直線 a 外點 A 作垂線 b 垂直於 a , 垂足為 P .
- 2) 用證明方法說明你的作圖是正確.

【工作紙】 全等三角形

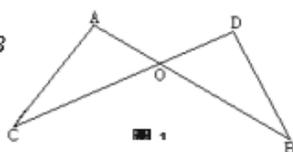
2017 至 2018 學年初一級數學科第四段 練習(二) 《全等三角形的判定》

Class: _____ Name: _____ Class No.: _____ Date: _____

判定方法	SSS				
需要條件	邊邊邊				
圖 (加上標記)					

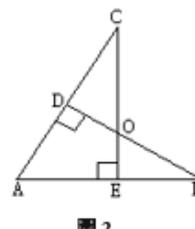
1) 已知: 如圖-1, AB 和 CD 相交於點 O , $AO=DO$,
 $BO=CO$.

求證: $\triangle AOC \cong \triangle DOB$



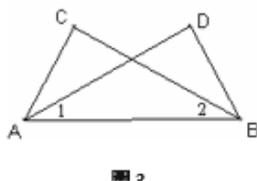
2) 已知: 如圖-2, D 、 E 分別是 CA 、 AB 上的點, CE
與 BD 相交於 O , $CE \perp AB$, $BD \perp AC$, $AB=$
 AC .

求證: $BD=CE$.



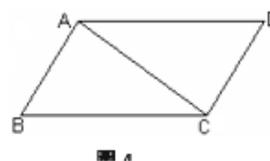
3) 已知: 如圖-3, $AD=BC$, $AC=BD$.

求證: $\angle 1 = \angle 2$.



4) 已知: 如圖-4, 四邊形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$.

求證: $AB=CD$.



5) 已知: 如圖-5, O 是 AB 上一點, $\triangle AOC \cong \triangle BOD$.
 求證: $\triangle AOD \cong \triangle BOC$.

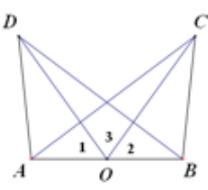


圖 5

6) 已知: 如圖-6, $AB=AC$, $DB=EC$.
 求證: $\triangle ABE \cong \triangle ACD$.

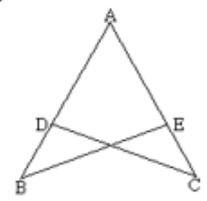


圖 6

7) 已知: 如圖-7, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $BA = BE$.
 求證: $AD = EC$.

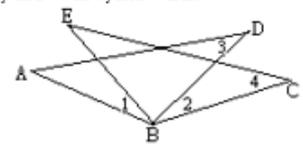


圖 7

8) 已知: 如圖-8, E, F 是 BC 上的點, $AB=CD$,
 $AE=DF$, $CE=BF$.
 求證: $AB \parallel CD$, $AE \parallel DF$.

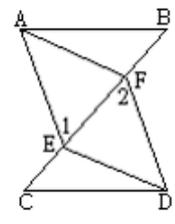


圖 8

9) 已知: 如圖-9, D 是 AE 上一點, $AB=AC$, $BE=CE$.
 求證: $BD=CD$.

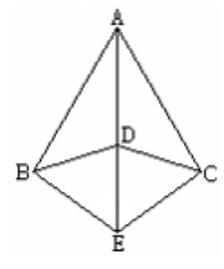


圖 9

10) 已知: 如圖-10, AB 和 CD 相交於點 O , $AB=CD$,
 $AC=DB$.
 求證: $\angle A = \angle D$.

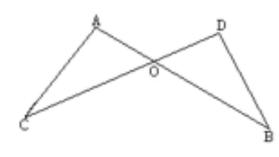


圖 10