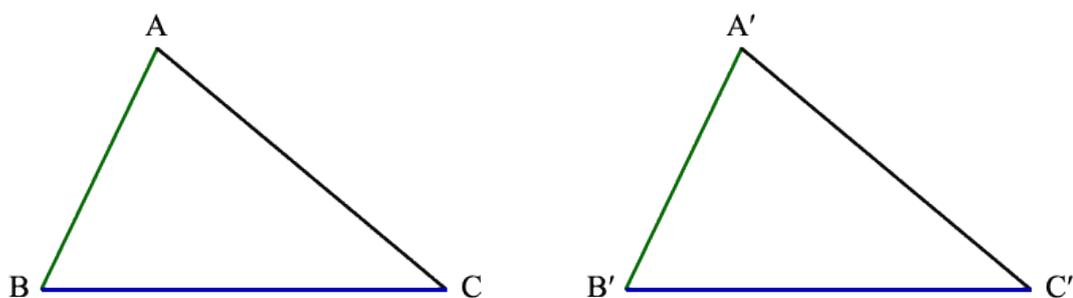


2017/2018 學年教學設計獎勵計劃

全等三角形



參賽編號：G149

科目：數學

實施年級：初中回歸

目錄

目錄	2
簡介	3
教學進度表	4
壹. 教學計劃內容簡介	5
貳. 教案	6
參. 試教評估	40
肆. 教學反思和建議	45
伍. 參考文獻	49

簡介：

“全等”和“相似”是初中幾何重點研究的兩個平面圖形之間的關係。三角形是最基礎的平面圖形，以三角形為例探究“全等”和“相似”。全等是一種特殊的相似，從特殊情況探究到一般情況，是探究數學很重要的思想。通過探究全等三角形為日後探究相似三角形打下重要基礎，同時也能培養學生分析條件和結論的關係等推理能力。本教案主要分成三個部分：全等的概念和全等三角形的基本性質、三角形全等的判定定理和角的平分線的性質。先讓學生理解全等的概念，全等是指兩個平面圖形的關係，任何能夠重合的兩個平面圖形都全等。以兩個圖形“重合”帶出“全等”的概念，讓學生有了全等三角形的基本概念。繼而以重合的角度帶出對應關係和基本性質，讓學生更能形象化知道全等三角形性質的由來。本教案顧及學生是回歸教育的成年人，他們的觀察力和分析力都不錯，但數學基礎相對較差。故此，本教案強調學生對全等三角形的理解，從不同方面讓學生探究和理解如何證明全等三角形，繼而為學生建構綜合法等書寫證明格式。最後通過證明兩個三角形全等而運用全等三角形的性質去解決數學難題，讓學生了解和明白證明三角形全等的意義。為日後證明相似三角形或解決更高難度而類似的數學難題建構思路。

教學進度表

課節	課題	課題內容	授課日期	課時
第一、二課節	全等三角形	全等三角形	2017/10/17	2
第三、四課節	全等三角形	三角形全等的判定(SSS)	2017/10/19	2
第五課節	全等三角形	三角形全等的判定(SAS)	2017/10/20	1
第六、七課節	全等三角形	三角形全等的判定(SSS、SAS鞏固課)	2017/10/24	2
第八、九課節	全等三角形	三角形全等的判定(ASA、AAS)	2017/10/26	2
第十課節	全等三角形	直角三角形全等的判定(HL)	2017/10/27	1
第十一、十二課節	全等三角形	三角形全等的判定(SSS、SAS、ASA、AAS、HL鞏固課)	2017/10/31	2
第十三、十四課節	全等三角形	角的平分線的性質	2017/11/2	2

壹、教學計劃內容簡介

一、教學目標

- (1)理解全等三角形的概念
- (2)能找出兩個全等三角形中的對應邊、對應角。
- (3)運用全等三角形的性質
- (4)掌握全等三角形的判定
- (5)運用兩個三角形全等證明一些結論
- (6)證明角的平分線的性質定理
- (7)能運用角的平分線的性質

二、主要內容

- (1)全等三角形
- (2)三角形全等的判定
- (3)角的平分線的性質

三、設計創意和特色

針對回歸教育學生的情況由淺入深的教學方式.

四、教學重點

- (1)全等三角形的性質
- (2)三角形全等的判定定理
- (3)角的平分線的性質
- (4)幾何證明題的分析和書寫格式

五、教學難點

- (1)三角形全等的判定定理
- (2)幾何證明題的分析和書寫格式

六、教學用具

三角尺、量角器、電腦、圓規、三角形卡紙.

貳、教案

第一、二課節

年級	初二	課題	全等三角形	日期	2017-10-17	課時	70 分鐘 (兩堂連堂)
教材來源	人民教育出版社 數學 八年級 (上冊)			基本學力 要求項目 編號	本年級可達致的目標		
				B-2-5			
教學目標	1. 理解全等形和全等三角形的定義； 2. 能找出全等三角形的對應點、對應邊和對應角； 3. 理解全等三角形的性質。			理解全等三角形的概念，能識別全等三角形中的對應邊、對應角；知道全等三角形的對應邊相等、對應角相等；			
重點	全等三角形的定義、對應點、對應邊和對應角； 全等三角形的性質。						
課前引入 (10分鐘)	<p>課題引入： 課前遊戲：對對消 先讓一位學生選兩張封閉卡片，若卡片圖案相同，便可獲得一分，兩張卡片也不能再選。若不相同，即卡片重新封閉，每位同學每次只能選兩張卡片，不論是否翻中，也到下一位，翻到所有卡片也被選中時遊戲結束，得分最高的人勝利。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>卡牌背面</p> </div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  <p>卡牌圖案類型</p> </div> </div> <p>帶出主題：提出問題</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 剛才選中的兩張甚麼卡片才能得分？(兩張相同的卡片) (2) 這兩張卡片中的圖案有甚麼特點？(兩個圖案相同) (3) 它們能夠重合嗎？(能夠) 						

教學過程 (23分鐘)

總結定義：

派發工作紙

全等形：能夠完全重合的兩個圖形。

然後展示動畫(PPT)

提問：能夠完全重合的兩個圖形叫全等形，那甚麼是全等三角形？

引導學生說出類比出等三角形的定義

全等三角形：能夠完全重合的兩個三角形。

讓學生把完成工作紙的課堂小記的填空 1, 2：

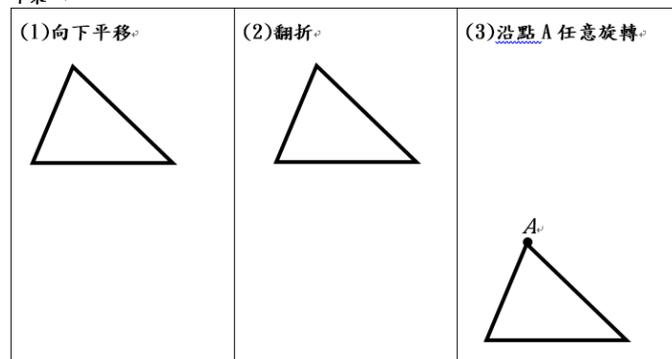
探究活動：

把學生分組，二至三人一組，每人派發一個三角形模型

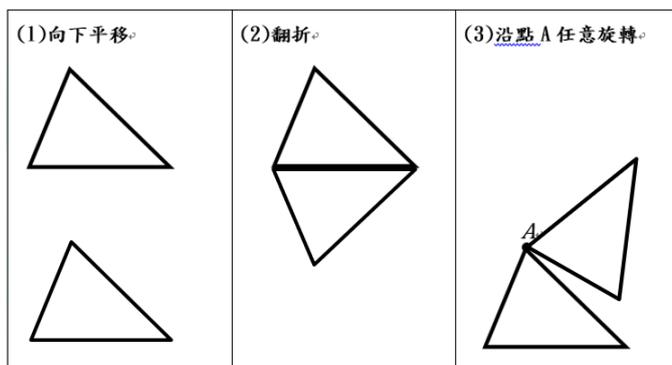
然後完成練習紙的探究活動

探究活動：

先把三角形模型放在下圖的三角形空格，再按照要求進行移動，並把移動後的三角形畫下來。



完成後



帶出重點：提出問題

從剛才探究中，三角形移動前和後他們的形狀和大小有變化嗎？(沒有)

他們能夠重合嗎？(能夠)

移動前後的三角形他們全等嗎？(全等)

帶出結論：

一個圖形經過平移、翻折、旋轉後，位置變化了，但形狀、大小都沒有改變即平移、翻折的前後的圖形全等。



把兩個全等的三角形重合在一起，重合的頂點叫做**對應頂點**、重合的邊叫做**對應邊**、重合的角叫做**對應角**。

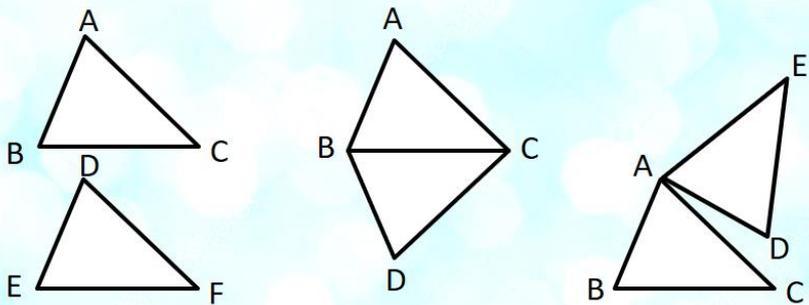
如圖所示， $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 全等，記作 “ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ”，全等用符號 “ \cong ” 表示，讀作 “全等於”。

記兩個三角形全等時，通常把表示對應頂點的字母寫在對應的位置上。

其中點 A 和點 D，點 B 和點 E，點 C 和點 F 是**對應頂點**；AB 和 DE，BC 和 EF，AC 和 DF 是**對應邊**； $\angle A$ 和 $\angle D$ ， $\angle B$ 和 $\angle E$ ， $\angle C$ 和 $\angle F$ 是**對應角**。

練習：

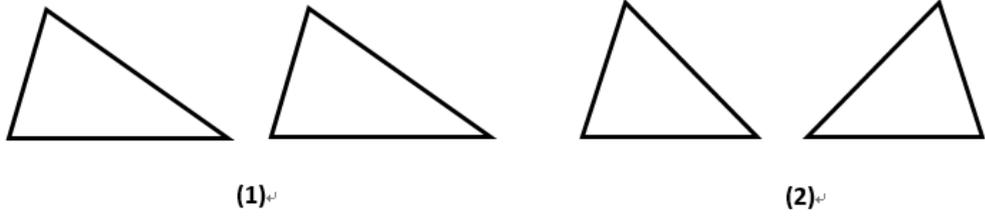
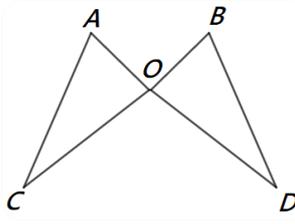
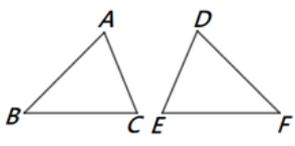
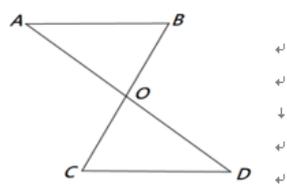
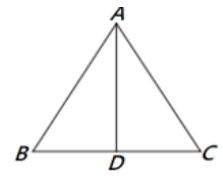
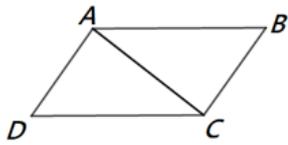
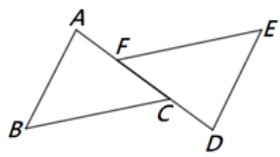
說出下圖中三組全等三角形的對應頂點、對應邊和對應角。

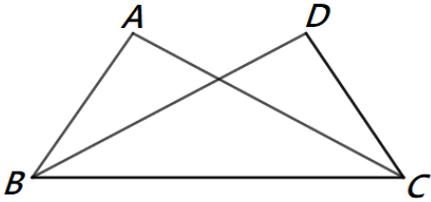


- (1) 對應頂點：點 A 和點 D、點 B 和點 E、點 C 和點 F
 對應邊：AB 和 DE、AC 和 DF、BC 和 EF
 對應角： $\angle A$ 和 $\angle D$ ， $\angle B$ 和 $\angle E$ ， $\angle C$ 和 $\angle F$
- (2) 對應頂點：點 A 和點 D、點 B 和點 B、點 C 和點 C
 對應邊：AB 和 DB、AC 和 DC、BC 和 BC
 對應角： $\angle A$ 和 $\angle D$ ， $\angle B$ 和 $\angle B$ ， $\angle C$ 和 $\angle C$
- (3) 對應頂點：點 A 和點 A、點 B 和點 D、點 C 和點 E
 對應邊：AB 和 AD、AC 和 AE、BC 和 DE
 對應角： $\angle A$ 和 $\angle A$ ， $\angle B$ 和 $\angle D$ ， $\angle C$ 和 $\angle E$

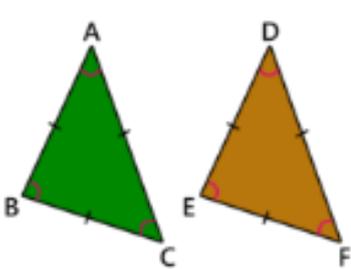
小
總
結
(2)

全等形：能夠完全重合的兩個圖形。
全等三角形：能夠完全重合的兩個三角形。
 把兩個全等的三角形重合在一起：
 重合的頂點叫做**對應頂點**；

分鐘)	<p>重合的邊叫做對應邊； 重合的角叫做對應角。 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 全等，記作 “$\triangle ABC \cong \triangle DEF$”</p>
教學過程 (13分鐘)	<p>完成探究活動(二) 用量角器和間尺量一量下列各組全等三角形的邊和角。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <p style="text-align: center;">(1) (2)</p> <p>提問： 這兩組全等三角形的邊和角有甚麼特點？(都相等) 帶出性質：全等三角形的對應邊相等； 全等三角形的對應角相等。</p> <p>例題講解： 如圖，$\triangle OCA \cong \triangle OBD$，點 C 和點 D，點 A 和點 B 是對應頂點，找出這兩個三角形中相等的邊和角。</p> <p>解：在 $\triangle OCA$ 和 $\triangle OBD$ 中 對應邊：AO 和 BO、AC 和 BD、OC 和 OD 對應角：$\angle A$ 和 $\angle B$、$\angle C$ 和 $\angle D$、$\angle AOC$ 和 $\angle BOD$</p> <p>$\therefore AO=BO$、$AC=BD$、$OC=OD$ $\angle A=\angle B$、$\angle C=\angle D$、$\angle AOC=\angle BOD$</p> 
練習： (20分鐘)	<p>1. 找出下列各組全等三角形中的對應頂點、對應邊和對應角。</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>(1)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(2)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(3)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(4)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(5)</p> </div> </div>

	<p>(1) 對應頂點：點 A 和點 D、點 B 和點 F、點 C 和點 E 對應邊：AB 和 DF、AC 和 DE、BC 和 FE 對應角：$\angle A$ 和 $\angle D$，$\angle B$ 和 $\angle F$，$\angle C$ 和 $\angle E$</p> <p>(2) 對應頂點：點 A 和點 D、點 B 和點 C、點 O 和點 O 對應邊：AB 和 CD、AO 和 DO、BO 和 CO 對應角：$\angle A$ 和 $\angle D$，$\angle B$ 和 $\angle C$，$\angle AOB$ 和 $\angle DOC$</p> <p>(3) 對應頂點：點 A 和點 A、點 B 和點 C、點 D 和點 D 對應邊：AB 和 AC、AD 和 AD、BD 和 CD 對應角：$\angle BAD$ 和 $\angle CAD$，$\angle B$ 和 $\angle C$，$\angle ADB$ 和 $\angle ADC$</p> <p>(4) 對應頂點：點 A 和點 C、點 B 和點 D、點 C 和點 A 對應邊：AB 和 CD、BC 和 DA、CA 和 AC 對應角：$\angle BAC$ 和 $\angle ACD$，$\angle B$ 和 $\angle D$，$\angle BCA$ 和 $\angle DAC$</p> <p>(5) 對應頂點：點 A 和點 D、點 B 和點 E、點 C 和點 F 對應邊：AB 和 DE、AC 和 DF、BC 和 EF 對應角：$\angle A$ 和 $\angle D$，$\angle B$ 和 $\angle E$，$\angle ACB$ 和 $\angle DFE$</p> <p>2. 如圖，$\triangle ABC \cong \triangle DCB$，找出圖中相等的邊和角。若 $AB=5$，$\angle D=95^\circ$，求 CD 和 $\angle A$。</p> <p>$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$ $\therefore AB=CD$、$AC=DB$、$BC=CB$ $\angle A=\angle D$、$\angle ABC=\angle DCB$、 $\angle ACB=\angle DBC$ $\therefore CD=AB=5$、$\angle A=\angle D=95^\circ$</p> 
<p>總結： (2 分鐘)</p>	<p>全等形：能夠完全重合的兩個圖形。 全等三角形：能夠完全重合的兩個三角形。 把兩個全等的三角形重合在一起： 重合的頂點叫做對應頂點； 重合的邊叫做對應邊； 重合的角叫做對應角。 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 全等，記作 “$\triangle ABC \cong \triangle DEF$” 全等三角形性質：全等三角形的對應邊相等； 全等三角形的對應角相等。</p>
<p>板書設計：</p>	
<p>解題過程</p>	<p>PPT，例題講解</p>

第三、四課節

年級	初二	課題	三角形全等的判定	日期	2017-10-19	課時	70 分鐘 (2 堂連堂)
教材來源	人民教育出版社 數學 八年級 (上冊)			基本學力要求項目編號	本年級可達致的目標		
				B-2-5			
教學目標	1. 了解三角形全等判定的最少條件； 2. 理解三角形全等判定定理 SSS； 3. 能用綜合法書寫證明題			B-2-6	理解三角形全等的判定公理：三邊分別相等的兩個三角形全等。		
重點	理解三角形全等判定定理 SSS 用綜合法書寫證明題						
回顧 (10 分鐘)	<p>全等形：能夠完全重合的兩個圖形。</p> <p>全等三角形：能夠完全重合的兩個三角形。</p> <p>把兩個全等的三角形重合在一起：</p> <p>重合的頂點叫做對應頂點；</p> <p>重合的邊叫做對應邊；</p> <p>重合的角叫做對應角。</p> <p>$\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 全等，記作 “$\triangle ABC \cong \triangle DEF$”</p> <p>全等三角形性質：全等三角形的對應邊相等； 全等三角形的對應角相等。</p>						
教學過程 (58 分鐘)	<p>引入主題：</p> <p>如果 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$，他們的對應邊相等、對應角相等。</p> <div style="text-align: center;">  </div>						

即 $AB=DE$ 、 $AC=DF$ 、 $BC=EF$ ； $\angle A=\angle D$ 、 $\angle B=\angle E$ 、 $\angle C=\angle F$

反過來說

如果 $AB=DE$ 、 $AC=DF$ 、 $BC=EF$ ； $\angle A=\angle D$ 、 $\angle B=\angle E$ 、 $\angle C=\angle F$
那麼就能判定這兩個三角形全等。

即 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

提出問題：

是不是一定有這六個條件才可以證明這兩個三角形全等？

探究活動：

畫出兩個下列條件的三角形：

(1) $\angle A=30^\circ$

(2) $AB=3\text{cm}$

(3) $\angle A=30^\circ$ 、 $\angle B=50^\circ$

(4) $AB=2\text{cm}$ 、 $AC=3\text{cm}$

(5) $\angle A=30^\circ$ 、 $AB=2\text{cm}$

(6) $AB=2\text{cm}$ 、 $AC=2\text{cm}$ 、 $BC=3\text{cm}$

然後抽同學出來展示自己畫的三角形，再比較大家的不同

提出問題：

當條件只有一個和兩個的時候，大家能夠畫出兩個不同的三角形嗎？

(可以)

如(1)(2)(3)(4)(5)，大家很容易就畫到兩個不同的三角形

當條件增加到3個，大家還能畫出兩個不同的三角形嗎？

(很難或不能)

總結結論：

證明兩個三角形全等，至少需要3個條件

再提出問題：

當給定三角形的三條邊，大家能否畫出第二種不一樣的三角形嗎？(不能)

如(6)，大家畫的三角形形狀大小都一樣，只是位置和方向不同。

總結結論：

三角形全等判定定理一：

三邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊邊邊”或“SSS”

例題講解：

1. 判斷下列三角形是否全等？

(1) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中：

$$AB=2、AC=4、BC=5$$

$$A'B'=2、A'C'=4、B'C'=5$$

題目分析：要證明兩個三角形全等，要找出三組邊相等，就能用 SSS 來證明兩個三角形全等。 $AB = A'B' = 2$ $AC = A'C' = 4$ $BC = B'C' = 5$ 所以這兩個三角形全等。

證明全等三角形，我們一般用綜合法書寫證明題

先寫要證明的兩個三角形“在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中”，然後分別把三角形的邊對應寫在左邊和右邊(按對應頂點寫)，最後寫出結論和用到的定理

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \text{ (SSS)}$$

解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中：

$$\begin{cases} AB = A'B' \text{ (已知)} \\ AC = A'C' \text{ (已知)} \\ BC = B'C' \text{ (已知)} \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \text{ (SSS)}$$

(2) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中：

$$AB=4、AC=4、BC=6$$

$$A'B'=4、A'C'=6、B'C'=4$$

題目分析：要證明兩個三角形全等，要找出三組邊相等，就能用 SSS 來證明兩個三角形全等。 $AB = A'B' = 4$ $AC = A'C' = 4$ $BC = B'C' = 6$ 所以這兩個三角形全等。

提醒學生，只要找到三組對邊相等就能說這兩個三角形全等，再還未證明兩個三角形全等前，不能確定對應頂點，所以 A 不一定對應 A”。

解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中

$$\begin{cases} AB = A'B' \text{ (已知)} \\ AC = A'C' \text{ (已知)} \\ BC = B'C' \text{ (已知)} \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \text{ (SSS)}$$

練習：

判斷下列三角形是否全等？

(1) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中：

$$AB=1、AC=4、BC=3$$

$$A'B'=1、A'C'=4、B'C'=3$$

解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中：

$$\begin{cases} AB = A'B' (\text{已知}) \\ AC = A'C' (\text{已知}) \\ BC = B'C' (\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (SSS)

(2) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中：

$$AB=5、AC=6、BC=8$$

$$DE=8、DF=6、EF=5$$

解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中：

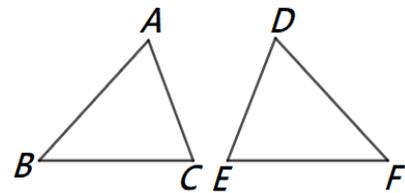
$$\begin{cases} AB = FE (\text{已知}) \\ AC = FD (\text{已知}) \\ BC = ED (\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FED$ (SSS)

例題講解：

2. 如圖， $AB=DF$ ， $AC=DE$ ， $BC=EF$ ，求證 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

題目分析：要證明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，先要找出三組對邊分別相等，就能用SSS(邊邊邊)來證明這兩個三角形全等。根據題目條件，我們有 $AB=DF$ ， $AC=DE$ ， $BC=EF$ ，條件足夠，能用SSS來證明。然後用綜合法書寫。



證：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中：

$$\begin{cases} AB = DF (\text{已知}) \\ AC = DE (\text{已知}) \\ BC = EF (\text{已知}) \end{cases}$$

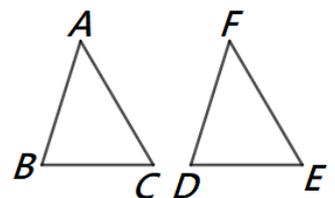
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS)

練習：

1. 如圖， $AB=DF$ ， $AC=FE$ ， $BC=DE$ ，求證 $\triangle ABC \cong \triangle FDE$ 。

證：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中：

$$\begin{cases} AB = DF (\text{已知}) \\ AC = FE (\text{已知}) \\ BC = DE (\text{已知}) \end{cases}$$



	$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FDE (SSS)$
總結： (2分鐘)	<ul style="list-style-type: none"> ● 證明兩個三角形全等，至少需要 3 個條件 ● 三角形全等判定定理一： 三邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊邊邊”或“SSS”
板書設計：	
解題過程	PPT，例題講解

第五課節

年級	初二	課題	三角形全等的判定	日期	2017-10-20	課時	35 分鐘
教材來源	人民教育出版社 數學 八年級 (上冊)			基本學力要求 項目編號	本年級可達致的目標		
				B-2-5	理解全等三角形的概念，能識別全等三角形中的對應邊、對應角；知道全等三角形的對應邊相等、對應角相等；		
教學目標	1. 理解三角形全等判定定理 SAS；		B-2-6	理解三角形全等的判定公理：兩邊及其夾角分別相等的兩個三角形全等			
重點	三角形全等判定定理 SAS						

回顧和
引入
(10分
鐘)

溫故知新

證明兩個三角形全等，至少需要多少個條件？(三個)

暫時學到的證明三個形全等的定理有哪些？

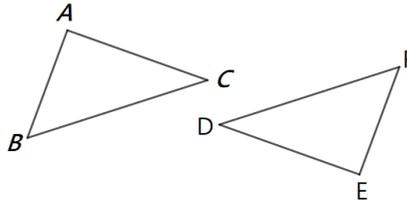
(三邊分別相等的兩個三角形全等)

回顧練習(讓學生做)：

1. 如圖， $AB=EF$ ， $BC=FD$ ， $AC=ED$ ，求證 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ 。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EFD$ 中：

$$\begin{cases} AB = EF(\text{已知}) \\ BC = FD(\text{已知}) \\ AC = ED(\text{已知}) \end{cases}$$



$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EFD$ (SSS)

提出問題：

只有三邊分別相等的兩個三角形才能全等嗎？(不是)

如果知道兩個三角形的兩邊和一個角分別相等，那麼這樣的兩個三角形全等嗎？

教學過
程
(24分
鐘)

探究活動：(派發工作紙)

根據下列條件，畫出兩種不同的三角形：

(1) $AB=2\text{cm}$ 、 $AC=3\text{cm}$ 、 $\angle C=30^\circ$

(2) $AC=1\text{cm}$ 、 $BC=2\text{cm}$ 、 $\angle A=45^\circ$

(3) $AB=2\text{cm}$ 、 $AC=2.5\text{cm}$ 、 $\angle A=60^\circ$

(4) $AB=1\text{cm}$ 、 $BC=1.5\text{cm}$ 、 $\angle B=30^\circ$

完成活動後，讓學生出來展示成果：

提出問題：

根據探究活動，兩邊和一個角分別相等的兩個三角形一定全等嗎？

(不一定)

要有甚麼要求才使這定理成立？(這個角一定要是兩邊的夾角)

帶出定理：

三角形全等判定定理二：

兩邊和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊角邊”或“SAS”

例題講解：

1. 如圖， $AC=FD$ ， $BC=FE$ ， $\angle C=\angle F$ ，求證 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

題目分析：要證明 $\triangle ABC \cong$

$\triangle DEF$ ，我們學過的全等三角形判

定定理有 SSS 和 SAS。根據題目

條件，我們知道兩組邊($AC=FD$ ，

$BC=FE$)和它們的夾角 $\angle C=\angle F$ 也

分別相等，所以我們能用 SAS(邊角邊)定理來證明這兩個三角形全等，然後用綜合法來書寫證明題(提醒學生三角形的邊要對應寫在左邊和右邊)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中：

$$\begin{cases} AC = FD(\text{已知}) \\ \angle C = \angle F(\text{已知}) \\ BC = FE(\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)

(提示學生：用 SAS 就把角相等的條件寫在中間，方便驗證)

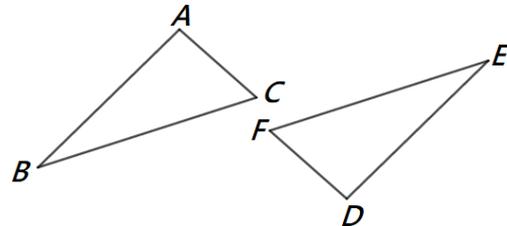
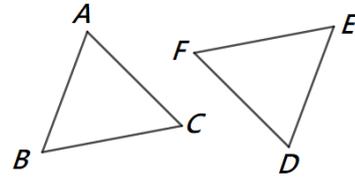
練習：(下節課對答案)

1. 如圖， $AB=DE$ ， $AC=DF$ ， $\angle A=\angle D$ ，求證 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中：

$$\begin{cases} AB = DE(\text{已知}) \\ \angle A = \angle D(\text{已知}) \\ AC = DF(\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)



總結：
(1分
鐘)

三角形全等判定定理二：

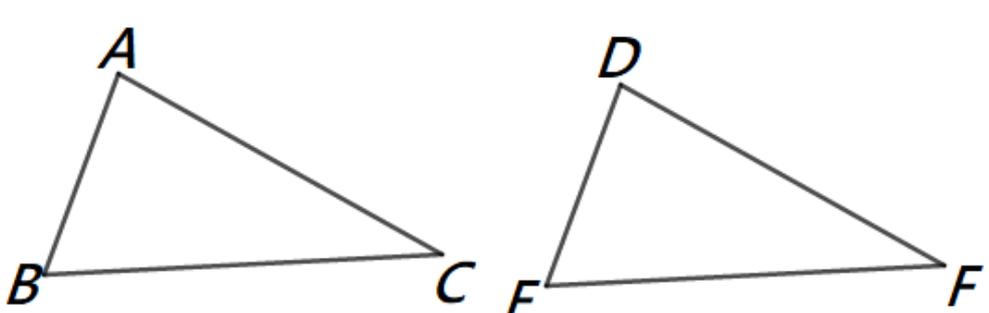
兩邊和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊角邊”或“SAS”

板書設計：

解題過程

例題講解

第六、七節課

年級	初二	課題	三角形全等的判定	日期	2018-10-24	課時	70 分鐘 (兩堂連堂)
教材來源	人民教育出版社 數學 八年級 (上冊)			基本學力 要求項目 編號	本年級可達致的目標		
				B-2-5	理解全等三角形的概念,能識別全等三角形中的對應邊、對應角;知道全等三角形的對應邊相等、對應角相等;		
教學目標	1. 能用三角形全等判定定理 SSS、SAS 證明兩個三角形全等 2. 加強綜合法證明書寫格式			B-2-6	理解三角形全等的判定公理:兩邊及其夾角分別相等的兩個三角形全等、三邊分別相等的兩個三角形全等		
重點	用三角形全等判定定理 SSS、SAS 證明兩個三角形全等						
回顧和引入 (10分鐘)	<p>溫故知新 學過的證明三個形全等的定理有哪些? (三邊分別相等的兩個三角形全等,簡稱“邊邊邊”或“SSS”) (兩邊相等和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等,簡稱“邊角邊”或“SAS”)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>要用邊邊邊(SSS)定理來證明這兩個三角形全等,要知道那些條件? ($AB=DE$, $BC=EF$, $AC=DF$) 要用邊角邊(SAS)定理來證明這兩個三角形全等,要知道那些條件? ($AB=DE$, $BC=EF$, $\angle B=\angle E$ 或 $AC=DF$, $AB=DE$, $\angle A=\angle D$ 或 $AC=DF$, $BC=EF$, $\angle C=\angle F$)</p>						

打開上節課的練習紙，練習(抽同學出來做)

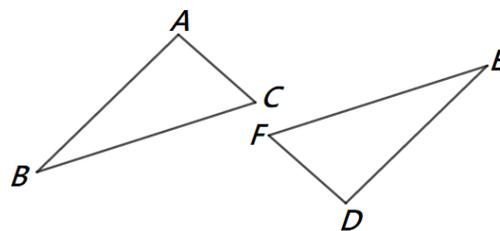
練習：(對答案)

如圖， $AB=DE$ ， $AC=DF$ ， $\angle A=\angle D$ ，求證 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

證：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EFD$ 中：

$$\begin{cases} AB = DE(\text{已知}) \\ \angle A = \angle D(\text{已知}) \\ AC = DF(\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)

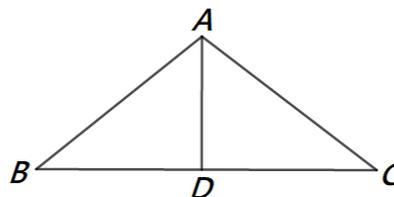


教學
過程
(58
分
鐘)

例題講解：

例1：如圖， $AB=AC$ ， D 是 BC 的中點，求證 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。

題目分析：要證明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，我們可以用SAS或SSS定理，從題目看，我們只知道 $AB=AC$ ， AD 是公共邊所以也相等，還差一組邊。因為 D 是 BC



的中點，所以我們也可以得知 $BD=DC=\frac{1}{2}BC$ ，所以我們有三組邊分別相等，可以用SSS來證明這兩個三角形全等。

用綜合法來書寫證明過程。要先證明的條件，必須寫在前面，所以先寫證明 $BD=DC$ 的過程，才寫全等三角形的證明過程。

證： $\because D$ 是 BC 的中點(已知)

$$\therefore BD=DC=\frac{1}{2}BC(\text{中點性質})$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中：

$$\begin{cases} AB = AC(\text{已知}) \\ AD = AD(\text{公共邊}) \\ BD = CD(\text{已證}) \end{cases}$$

(提示學生：括號內要根據條件來源來寫)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS)

練習：

(1)如圖， $AB=BC$ ， BD 是 $\triangle ABC$ 的中線，求證： $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ 。

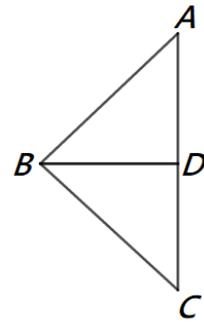
證：∵BD 是△ABC 的中線(已知)

$$\therefore AD=CD=\frac{1}{2}AC(\text{中線性質})$$

在△ABD 和△CBD 中：

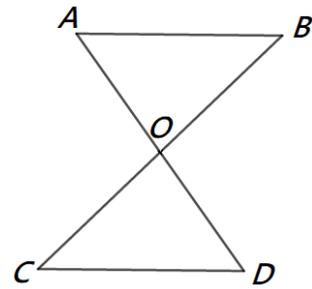
$$\begin{cases} AB = CB(\text{已知}) \\ BD = BD(\text{公共邊}) \\ AD = CD(\text{已證}) \end{cases}$$

∴△ABD≌△CBD(SSS)



例 2：如圖，OA=OD，OB=OC，求證：△OAB≌△OCD

題目分析：要證明△OAB≌△OCD，可以用 SAS 或 SSS 定理來證明，根據題目，我們知道 OA=OD，OB=OC，如果證出 AB=CD，我們就可以用 SSS 定理來證明，可是題目條件不足，很難證出 AB=CD。OA 和 OB 的夾角與 OC 和 OD 的夾角是對頂角關係，所以它們相等，知道兩邊和它們的夾角相等，可用 SAS 定理來證明：



證：在△OAB 和△OCD 中：

$$\begin{cases} OA = OD(\text{已知}) \\ \angle AOB = \angle COD(\text{對頂角相等}) \\ AB = CD(\text{已知}) \end{cases}$$

∴△OAB≌△OCD(SAS)

(提示學生：一步就能寫出結論的證明不用額外寫，用 SAS 就把角相等的條件寫在中間，方便驗證)

練習：

(2)如圖，C 是 AD 和 BE 的中點，求證：△OAB≌△OCD

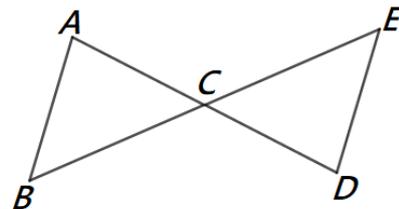
證：∵C 是 AD 和 BE 的中點(已知)

$$\therefore CA=CD、CB=CE(\text{中點性質})$$

在△CAB 和△CDE 中：

$$\begin{cases} CA = CD(\text{已證}) \\ \angle ACB = \angle DCE(\text{對頂角相等}) \\ CB = CE(\text{已證}) \end{cases}$$

∴△CAB≌△CDE(SAS)



然後對答案，再做下面兩題練習。

(3)如圖，C 是 AB 的中點，AD=CE，CD=BE，求證： $\triangle ACD \cong \triangle CBE$

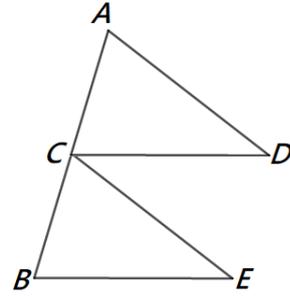
證： \because C 是 AB 的中點(已知)

$\therefore AC=CB$ (中點性質)

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中：

$$\begin{cases} AD = CE(\text{已知}) \\ CD = BE(\text{已知}) \\ AC = CB(\text{已證}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE$ (SSS)



(4)如圖，點 E、F 在 BC 上，BE=CF，AB=DC， $\angle B = \angle C$ 求證： $\triangle ABF \cong \triangle DCE$.

證： \because BE=CF(已知)

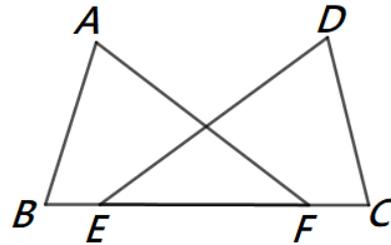
$\therefore BE+EF=CF+FE$ (等加公理)

即 BF=CE

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中：

$$\begin{cases} AB = DC(\text{已知}) \\ \angle B = \angle C(\text{已知}) \\ BF = CE(\text{已證}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE$ (SAS)



總

結：
(2分
鐘)

三角形全等判定定理：

邊邊邊定理：三組邊分別相等的兩個三角形全等。簡稱“邊邊邊”或“SSS”

邊角邊定理：兩邊和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等。簡稱“邊角邊”或“SAS”

綜合法的格式

要證明的條件

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle XYZ$ 中：

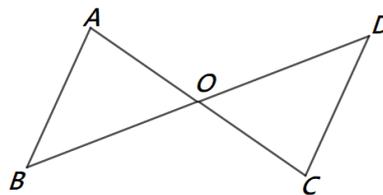
$$\begin{cases} AB = XY(\text{如何知道}) \\ BC = YZ(\text{如何知道}) \\ AC = XZ(\text{如何知道}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle XYZ$ (用的定理)	
板書設計：	
解題過程	PPT，例題講解

第八、九課節

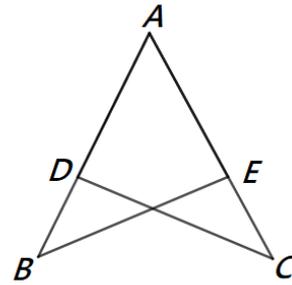
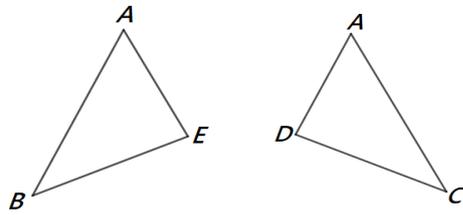
年級	初二	課題	三角形全等的判定	日期	2017-10-26	課時	70分鐘 (兩堂連堂)
教材來源	人民教育出版社 數學 八年級 (上冊)			基本學力要求 項目編號	本年級可達致的目標		
				B-2-5	理解全等三角形的概念，能識別全等三角形中的對應邊、對應角；知道全等三角形的對應邊相等、對應角相等；		
教學目標	1. 了解三角形全等判定定理 ASA； 2. 能從 ASA 推出推論 AAS； 3. 了解三角形全等判定定理 AAS；			B-2-6	理解三角形全等的判定公理：兩角及其夾邊分別相等的兩個三角形全等 理解推論：兩角及其中一組等角的對邊分別相等的兩個三角形全等；		
重點	三角形全等判定定理 ASA 和推論 AAS						

<p>回顧和引入 (15分鐘)</p>	<p>溫故知新 要證明兩個三角形全等，我們至少需要多少個條件？(3個) 學過的證明三個形全等的定理有哪些？ (三邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊邊邊”或“SSS”) (兩邊相等和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊角邊”或“SAS”) 回顧練習(讓學生做)： 1. 如圖，O是AC和BD的中點， 求證$\triangle ABO \cong \triangle CDO$。 \because O是AC和BD的中點(已知) $\therefore OA=OC, OB=OD$(中點性質) 在$\triangle ABO$和$\triangle CDO$中： $\begin{cases} OA = OC(\text{已證}) \\ \angle AOB = \angle COD(\text{對頂角相等}) \\ OB = OD(\text{已證}) \end{cases}$ $\therefore \triangle ABO \cong \triangle CDO$ (SSS) (提示學生：要證明的條件要先寫，一步就能得結論的證明可以直接寫) 提出問題： 證明兩個三角形全等，至少有三個條件，我們知道三邊相等和兩邊相等和它們的夾角也相等也可以證明兩個三角形全等。如果只知一條邊相等，還需要甚麼條件才可證明兩個形全等呢？</p>
<p>教學過程 (53分鐘)</p>	<p>派發練習紙，完成探究活動 探究活動： 根據下列條件，畫出兩種不同的三角形： (1) $AC=2\text{cm}$、$\angle A=30^\circ$、$\angle C=60^\circ$ (2) $BC=1\text{cm}$、$\angle B=75^\circ$、$\angle C=45^\circ$ 然後讓同學們出來展示他們的結果，比較他們所畫的三角形(預料同學們畫不出第二個不同的三角形) 帶出結論： 三角形全等的判定定理3 兩角和它們的夾邊相等的兩個三角形全等，簡稱“角邊角”或“ASA”。 例題講解 例1：如圖，點D在AB上，點E在AC上，$AB=AC$，</p>



$\angle B = \angle C$ ，求證 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ 。

題目分析， $\triangle ADC$ 和 $\triangle AEB$ 相交在一起，我們先把它們分開來看。



這樣便一目了然要證明的是哪兩個三角形全等。

根據題目，我們知道 $AB = AC$ 、 $\angle B = \angle C$ 和 $\angle A$ 是公共角，並且 AB 和 AC 分別是 $\angle A$ 和 $\angle B$ 、 $\angle A$ 和 $\angle C$ 的夾邊，條件足夠，我們可以用兩角和它們的夾邊分別相等的兩個三角形全等 (ASA) 來證明。

證：在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中：

$$\begin{cases} \angle B = \angle C (\text{已知}) \\ AB = AC (\text{已知}) \\ \angle A = \angle A (\text{公共角}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ (ASA)

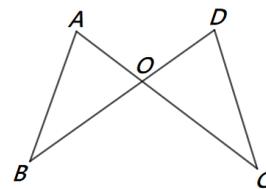
(提示學生：用 ASA 時先寫一個角相等再寫夾邊相等，然後再寫另一角相等，方便驗證)

練習：

如圖， $OA = OD$ ， $\angle A = \angle D$ ，求證 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

證：在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中：

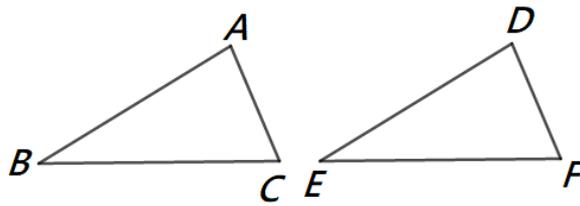
$$\begin{cases} \angle A = \angle D (\text{已知}) \\ OA = OD (\text{已知}) \\ \angle AOB = \angle DOC (\text{對頂角相等}) \end{cases}$$



$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ (ASA)

先學生完成探究活動(2)，必要時給預提示：三角形的內角和 $= 180^\circ$ 。

1. 如圖，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $BC = EF$ 。求證 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



給學生完成，然後由學生講解。

證： $\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (已知)

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$$

$$\angle D + \angle E + \angle F = 180^\circ$$

$$\angle F = 180^\circ - \angle D - \angle E$$

(三角形內角和是 180°)

又 $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ (已知)

$\therefore \angle C = \angle F$ (等量代換)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中：

$$\begin{cases} \angle B = \angle E (\text{已知}) \\ BC = EF (\text{已知}) \\ \angle C = \angle F (\text{已證}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ASA)

由以上探究，我們可以得出結論：

三角形全等判定推論，**兩角和其中一角的對邊相等**的兩個三角形全等，簡稱“**角角邊**”或“AAS”。

根據以上，我們可以知道，只要知道兩個三角形的兩角和其中一邊相等，那麼，這兩個三角形便全等，如果是兩角的夾邊相等，我們用 ASA 定理，如果是其中一角的對邊相等，我們用 AAS 定理。

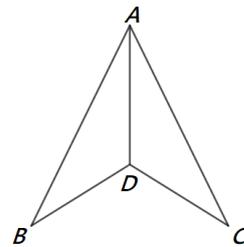
練習：

1. 如圖， $\angle B = \angle C$ ， $\angle BAD = \angle CAD$ ，求證 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

證：在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中：

$$\begin{cases} \angle B = \angle C (\text{已知}) \\ \angle BAD = \angle CAD (\text{已知}) \\ AD = AD (\text{公共邊}) \end{cases}$$

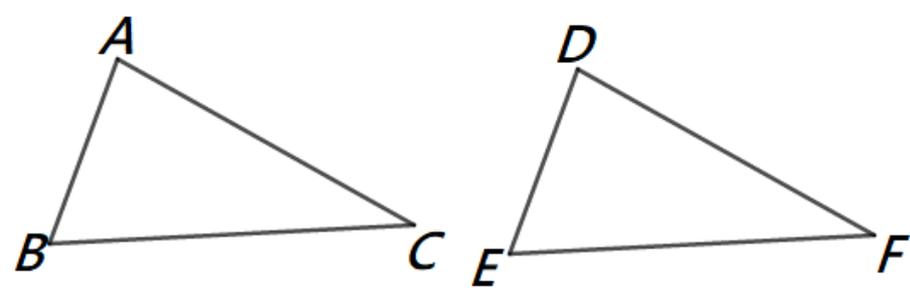
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (AAS)



總結： (2分鐘)	三角形全等判定定理三： 兩角和它們的夾邊相等的兩個三角形全等，簡稱“角邊角”或“ASA”。 三角形全等判定定理推論： 兩角和其中一角的對邊相等的兩個三角形全等，簡稱“角角邊”或“AAS”。
板書設計：	
解題過程	PPT，例題講解

第十課節

年級	初二	課題	三角形全等的判定	日期	2018-10-27	課時	35分鐘
教材來源	人民教育出版社 數學 八年級（上冊）			基本學力要求項目編號	本年級可達致的目標		
教學目標	理解直角三角形全等判定定理 HL			B-2-5	理解全等三角形的概念，能識別全等三角形中的對應邊、對應角；知道全等三角形的對應邊相等、對應角相等；		
重點	直角三角形全等判定定理 HL						
				B-2-6	理解三角形全等的判定公理：兩角及其夾邊分別相等的兩個三角形全等 理解推論：兩角及其中一組等角的對邊分別相等的兩個三角形全等；		

<p>回顧和引入 (10分鐘)</p>	<p>溫故知新 要證明兩個三角形全等，我們至少需要多少個條件？(3個) 學過的證明三個形全等的定理或推論有哪些？ (三邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊邊邊”或“SSS”) (兩邊相等和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊角邊”或“SAS”) (兩角相等和它們的夾邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“角邊角”或“ASA”) (兩角相等和其中一角的對邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“角角邊”或“AAS”)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>要用邊邊邊(SSS)定理來證明這兩個三角形全等，要知道那些條件？ ($AB=DE$，$BC=EF$，$AC=DF$) 要用邊角邊(SAS)定理來證明這兩個三角形全等，要知道那些條件？ ($AB=DE$，$BC=EF$，$\angle B=\angle E$ 或 $AC=DF$，$AB=DE$，$\angle A=\angle D$ 或 $AC=DF$，$BC=EF$，$\angle C=\angle F$) 要用邊角邊(ASA)定理來證明這兩個三角形全等，要知道那些條件？ ($\angle A=\angle D$，$AB=DE$，$\angle B=\angle E$ 或 $\angle A=\angle D$，$AC=DF$，$\angle C=\angle F$ 或 $\angle B=\angle E$，$BC=EF$，$\angle C=\angle F$) 要用邊角邊(AAS)推論來證明這兩個三角形全等，要知道那些條件？ ($\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle E$，$BC=EF$ 或 $AC=DF$；$\angle A=\angle D$，$\angle C=\angle F$，$BC=EF$ 或 $AB=DE$ 或 $\angle C=\angle F$，$\angle B=\angle E$，$AB=DE$ 或 $AC=DF$)</p> <p>提出問題： 三角形中有種特殊的三角形叫直角三角形，直角三角形有甚麼特點？ (有一個角是直角) 帶出主題：今天我們一起來探討直角三角形的全等判定定理</p>
<p>教學</p>	<p>派發練習紙，完成探究活動</p>

過程
(24分
鐘)

探究活動：

根據下列條件，畫出兩種不同的三角形：

(1) $AC=1\text{cm}$ 、 $AB=4\text{cm}$ 、 $\angle C=90^\circ$

(2) $BC=2\text{cm}$ 、 $AC=2.5$ 、 $\angle B=90^\circ$

然後讓同學們出來展示他們的結果，比較他們所畫的三角形
(預料同學們畫不出第二個不同的三角形)

帶出結論：

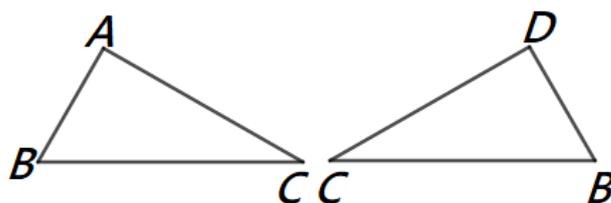
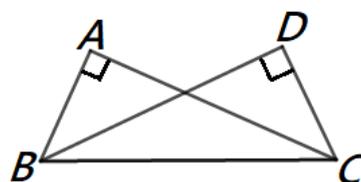
直角三角形全等的判定定理

斜邊和一條直角邊分別相等的兩個直角三角形全等，簡稱“斜邊直角邊”或“HL”。

例題講解

例1：如圖， $AB \perp AC$ ， $BD \perp CD$ ，垂足分別是A，D， $AC=BD$ ，
求證 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ 。

題目分析： $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 相交在一起，我們先把它們分開來看，方便我們分析。



根據題目，我們 $AB \perp AC$ ， $BD \perp DC$ ，所以，這兩個三角形都是直角三角形，而BC是它們的斜邊，也是公共邊，而AC，BD分別是它們的其中一條直角邊， $AC=BD$ ，所以我們可以用HL定理來證明這兩個三角形全等。

證： $\because AB \perp AC$ ， $BD \perp CD$ (已知)

$\therefore \angle A$ 和 $\angle B$ 都是直角(垂直定義)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DCB$ 中

$$\begin{cases} BC = CB(\text{公共邊}) \\ AC = BD(\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DCB(\text{HL})$

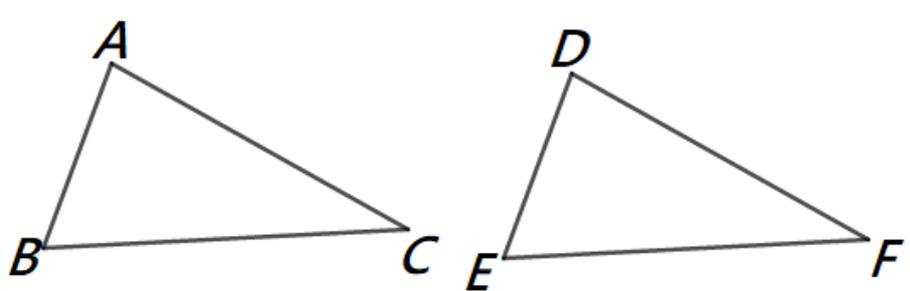
(強調學生：要用HL定理，先要證明三角形是直角三角形)

練習：(下堂課對答案)

	<p>1. 如圖，$AB \perp BC$，$AD \perp DC$，垂足分別為 B，D，$AB=AD$，求證 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$。</p> <p>證：$\because AB \perp BC$，$AD \perp DC$ (已知)</p> <p>$\therefore \angle B$ 和 $\angle D$ 都是直角 (垂直定義)</p> <p>在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle ADC$ 中</p> $\begin{cases} AC = AC (\text{公共邊}) \\ AB = AD (\text{已知}) \end{cases}$ <p>$\therefore Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle ADC (HL)$</p>
<p>總結： (1分鐘)</p>	<p>直角三角形全等的判定定理 斜邊和一條直角邊分別相等的兩個直角三角形全等，簡稱“斜邊直角邊”或“HL”。</p>
<p>板書設計：</p>	
<p>解題過程</p>	<p>PPT，例題講解</p>

第十一、十二課節

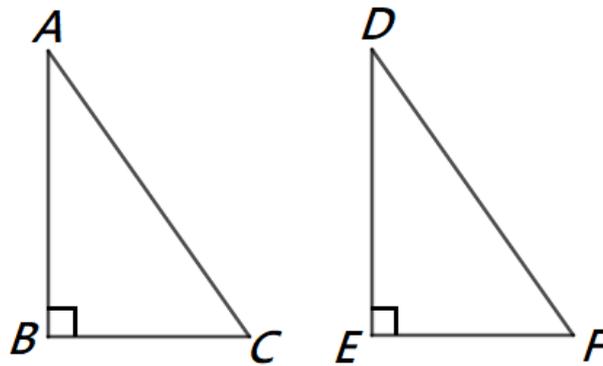
<p>年級</p>	<p>初二</p>	<p>課題</p>	<p>三角形全等的判定</p>	<p>日期</p>	<p>2018-10-31</p>	<p>課時</p>	<p>70 分鐘 (兩堂連堂)</p>
<p>教材來源</p>	<p>人民教育出版社 數學 八年級 (上冊)</p>			<p>基本學力 要求項目 編號</p>	<p>本年級可達致的目標</p>		
<p>教學目標</p>	<p>1. 掌握三角形全等的判定定理和推論 (SSS、SAS、ASA、AAS)</p> <p>2. 掌握直角三角形全等的</p>			<p>B-2-6</p>	<p>理解全等三角形的概念，能識別全等三角形中的對應邊、對應角；知道全等三角形的對應邊相等、對應角相等；</p> <p>理解三角形全等的判定公理：兩邊及其夾角分別相等的兩個三角形全等；兩角及其夾邊</p>		

	判定定理 (HL) 3. 三角形全等判定定理和全等三角形性質結合運用	分別相等的兩個三角形全等；三邊分別相等的兩個三角形全等。理解推論：兩角及其中一組等角的對邊分別相等的兩個三角形全等；
重點	三角形全等判定定理和全等三角形性質結合運用	
回顧和引入 (12分鐘)	溫故知新 (1) 要證明兩個三角形全等，我們至少需要多少個條件？ (3個) (2) 學過的證明三個形全等的定理或推論有哪些？ (三邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊邊邊”或“SSS”) (兩邊相等和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊角邊”或“SAS”) (兩角相等和它們的夾邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“角邊角”或“ASA”) (兩角相等和其中一角的對邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“角角邊”或“AAS”) (3) 如果三角形是直角三角形，還有甚麼定理證明兩個三角形全等？ (斜邊和一條直角邊分別相等的兩個直角三角形全等，簡稱“斜邊直角邊”或“HL”。)	
		
	(4) 要用邊邊邊(SSS)定理來證明這兩個三角形全等，要知道那些條件？ (AB=DE, BC=EF, AC=DF) (5) 要用邊角邊(SAS)定理來證明這兩個三角形全等，要知道那些條件？ (AB=DE, BC=EF, $\angle B = \angle E$ 或 AC=DF, AB=DE, $\angle A = \angle D$ 或 AC=DF, BC=EF, $\angle C = \angle F$) (6) 要用邊角邊(ASA)定理來證明這兩個三角形全等，要知道那些條件？	

($\angle A = \angle D$, $AB = DE$, $\angle B = \angle E$ 或 $\angle A = \angle D$, $AC = DF$, $\angle C = \angle F$
或 $\angle B = \angle E$, $BC = EF$, $\angle C = \angle F$)

(7) 要用邊角邊(AAS)推論來證明這兩個三角形全等，要知道那些條件？

($\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $BC = EF$ 或 $AC = DF$; $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$,
 $BC = EF$ 或 $AB = DE$ 或 $\angle C = \angle F$, $\angle B = \angle E$, $AB = DE$ 或 $AC = DF$)



(8) 要用直角邊斜邊(HL)來證明這兩個三角形全等，先要證明甚麼？

還要知道那些條件？

(先證明兩個三角形是直角， $AC = DF$, $BC = EF$ 或 $AB = DE$)

讓學生打開上節課的練習紙的練習題

抽一位學生出來做，然後對答案

練習：

如圖， $AB \perp BC$, $AD \perp DC$ ，垂足分別為 B , D ， $AB = AD$ ，
求證 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 。

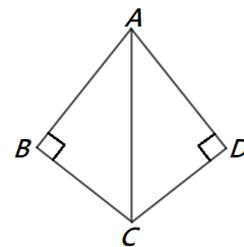
證： $\because AB \perp BC$, $AD \perp DC$ (已知)

$\therefore \angle B$ 和 $\angle D$ 都是直角 (垂直定義)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中

$$\begin{cases} AC = AC \text{ (公共邊)} \\ AB = AD \text{ (已知)} \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle ADC$ (HL)



教學
過程
(59分
鐘)

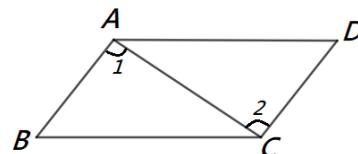
派發新的練習紙

例題講解：

(1) 如圖， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle A = \angle B$ ，
求證 $AB = CD$ 。

題目分析： AB 是 $\triangle ABC$ 的邊， CD
是 $\triangle CDA$ 的邊，我們證明 $\triangle ABC$ 和 \triangle

CDA 全等， AB 和 CD 是對應邊關係，所以我們可以用全等三角



形的性質(全等三角形對應邊相等)來證明 $AB=CD$ 。
 這是一種證明三角形全等來求證其他結果的一種題目。
 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中：

$$\begin{cases} \angle B = \angle D (\text{已知}) \\ \angle 1 = \angle 2 (\text{已知}) \\ AC = CA (\text{公共邊}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (AAS)

$\therefore AB=CD$ (全等三角形對應邊相等)

練習：(讓學生做，然後對答案)

(1) 如圖， $AB \perp BC$ ， $AD \perp DC$ ，垂足分別為 B ， D ， $BC=DC$ ，求證：
 $AB=AD$ 。

證： $\because AB \perp BC$ ， $AD \perp DC$ (已知)

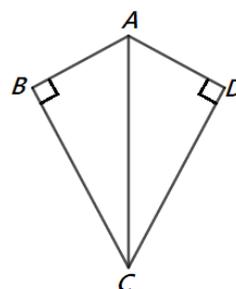
$\therefore \angle B$ 和 $\angle D$ 都是直角 (垂直定義)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中

$$\begin{cases} AC = AC (\text{公共邊}) \\ BC = DC (\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle ADC$ (HL)

$\therefore AB=AD$ (全等三角形對應邊相等)



例題講解：

(2) 如圖， $\angle B = \angle E$ ， $BD = CE$ ， $AB = EF$ ，求證 $\angle A = \angle F$ 。

題目分析， $\angle A$ 是 $\triangle ABC$ 的角， $\angle F$ 是 $\triangle DEF$ 的角。我們可以猜想，如果 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等， $\angle A$ 和 $\angle F$ 就成了對應角，那麼只要證明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等，就可以用全等三角形的性質(全等三角形對應角相等)根據題目， $AB=EF$ ， $\angle B = \angle E$ ，還

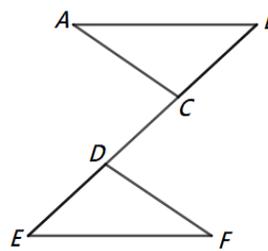
差 $DE=CB$ 就能用 SAS 定理來證明。我們知道 $BD=CE$ ，所以能用等減公理求出 $DE=CB$ ，條件足夠，我們可以證明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等，也能證明 $\angle A = \angle F$ 。

證： $\because BD=CE$ (已知)

$\therefore BD - CD = CE - CD$ (等減公理)

即 $BD=CE$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中：



$$\begin{cases} AB = EF(\text{已知}) \\ \angle B = \angle E(\text{已知}) \\ BD = CE(\text{已證}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)

$\therefore \angle A = \angle F$ (全等三角形對應角相等)

練習：(讓學生做這題，然後對答案)

(2) 如圖，點 C, D 在 BE 上， $AB = EF$ ， $BC = DE$ ， $AD = CF$ ，
求證 $\angle B = \angle E$

證： $\because BC = DE$ (已知)

$\therefore BC + CD = DE + CD$ (等加公理)

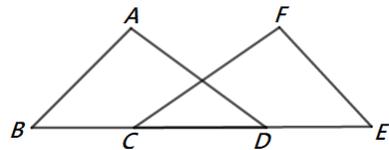
即 $BD = CE$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中：

$$\begin{cases} AB = EF(\text{已知}) \\ BD = EC(\text{已證}) \\ AD = CF(\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle FEC$ (SSS)

$\therefore \angle B = \angle E$ (全等三角形對應角相等)



練習：(讓學生做完這 3 題才對答案)

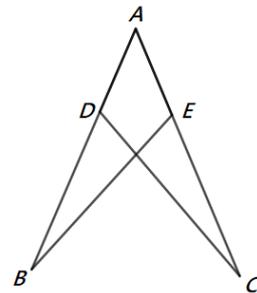
(3) 如圖， $AB = AC$ ， $AD = AE$. 求證 $\angle B = \angle C$.

證：在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中：

$$\begin{cases} AB = AC(\text{已知}) \\ \angle A = \angle A(\text{公共角}) \\ AE = AD(\text{已知}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACE$ (SAS)

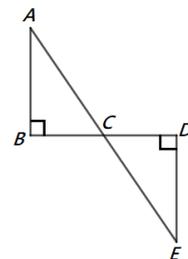
$\therefore \angle B = \angle C$ (全等三角形對應角相等)



(4) 如圖， $AB \perp BD$ ， $DE \perp BD$ ，C 是 BD 的中點， $AB = DE$ ，
求證 $\angle A = \angle E$.

證： $\because AB \perp BD$ ， $DE \perp BD$ (已知)

$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ$ (垂直定義)



$\because C$ 是 BD 的中點(已知)

$\therefore BC=DC$ (中點定義)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中：

$$\begin{cases} AB = DE(\text{已知}) \\ \angle B = \angle D(\text{已證}) \\ BC = DC(\text{已證}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$ (SAS)

$\therefore \angle A = \angle E$ (全等三角形對應角相等)

(提示學生，直角三角形不一定要用 HL 定理來證明全等，也可以根據題目條件用其他三角形全等證明定理，因為直角三角形也是三角形。)

(5) 如圖， $\triangle ABC$ 是等腰三角形， AD 是 $\triangle ABC$ 的高，

求證： $\angle BAD = \angle CAD$.

證： $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高(已知)

$\therefore \angle BDA$ 和 $\angle CDA$ 是直角

(垂直定義)

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形(已知)

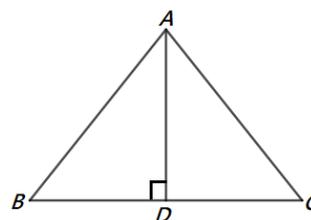
$\therefore AB=AC$ (等腰三角形的腰相等)

在 $Rt\triangle ABD$ 和 $Rt\triangle ACD$ 中：

$$\begin{cases} AB = AC(\text{已證}) \\ AD = AD(\text{公共邊}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (HL)

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ (全等三角形對應角相等)



總結：
(2分鐘)

● 三角形全等的判定定理和推論：

三邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊邊邊”或“SSS”

兩邊相等和它們的夾角分別相等的兩個三角形全等，簡稱“邊角邊”或“SAS”

兩角相等和它們的夾邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“角邊角”或“ASA”

兩角相等和其中一角的對邊分別相等的兩個三角形全等，簡稱“角角邊”或“AAS”

● 直角三角形全等的判定定理：

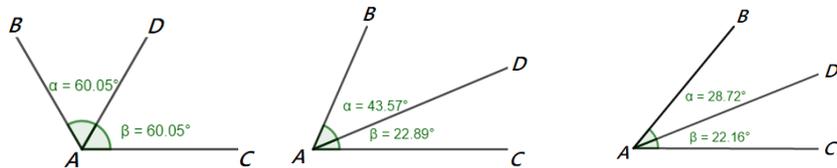
斜邊和一條直角邊分別相等的兩個直角三角形全等，簡稱“斜邊直角邊”或“HL”。

板書設計：

解題過程

PPT，例題講解

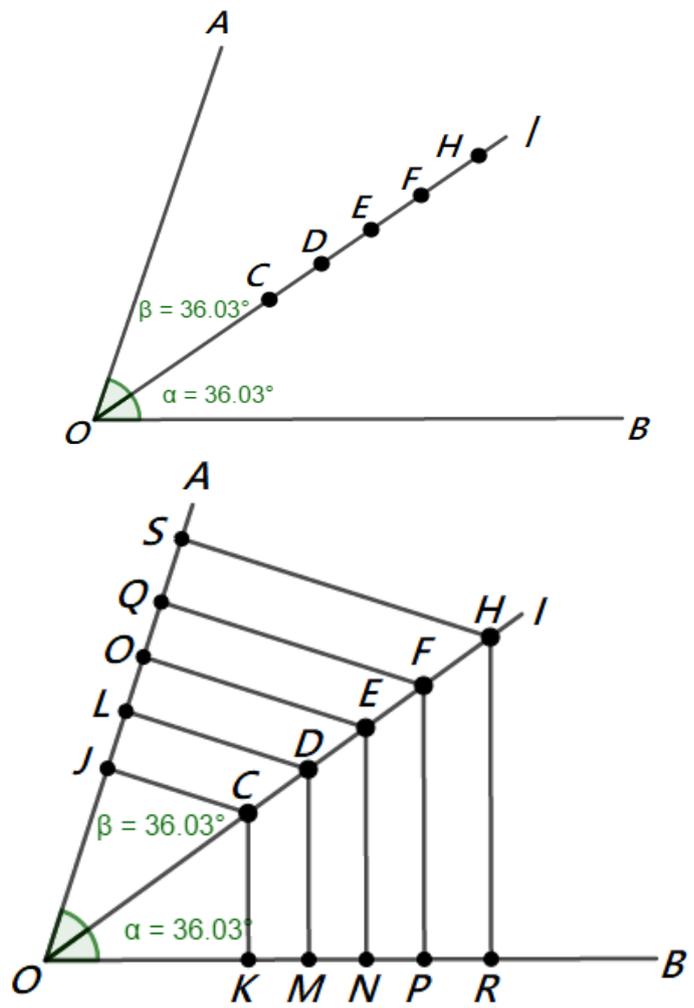
第十三、十四節課

年級	初二	課題	角的平分線的性質	日期	2017-11-02	課時	70 分鐘 (兩堂連堂)
教材來源	人民教育出版社 數學 八年級 (上冊)			基本學力要求 項目編號	本年級可達致的目標		
				B-2-5			
教學目標	1. 理解角的平分線的性質 2. 了解證明幾何命題的過程 3. 知道角的平分線的逆定理			B-2-6	理解三角形全等的判定公理：兩角及其夾邊分別相等的兩個三角形全等 理解推論：兩角及其中一組等角的對邊分別相等的兩個三角形全等；		
重點	角的平分線性質						
回顧和引入 (10 分鐘)	回顧： 以下哪條線段 AD 是 $\angle CAB$ 角平分線？						
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <p style="text-align: center;">圖二</p> <p style="text-align: right;">圖三</p>							
追問：為甚麼你認為圖 X 是角平分線。 然後根據學生的回答引導學生說出角平分線的定義和性質。							

歸納總結：
 定義：從一個角的頂點引出一條射線，把這個角分成兩個完全相同的角，這條射線叫做這個角的角平分線。
 帶出主題：
 今天我們將會一起探究角平分線的另一個性質。

教學過程
 (58分鐘)

派發工作紙：讓學生完成探究活動。
 作圖題：
 (1)過C、點作OA的垂線和過C點作OB的垂線，垂足為J和K. 然後量度垂線段的長度。
 (2)過D、點作OA的垂線和過D點作OB的垂線，垂足為L和M. 然後量度垂線段的長度。
 (3)過E、點作OA的垂線和過E點作OB的垂線，垂足為N和O. 然後量度垂線段的長度。
 (4)過F、點作OA的垂線和過F點作OB的垂線，垂足為P和Q. 然後量度垂線段的長度。
 (5)過H、點作OA的垂線和過H點作OB的垂線，垂足為R和S. 然後量度垂線段的長度。



提出問題：

大家量到的結果，有甚麼特點？(過同一點作的垂線長度相等)

帶出結論：

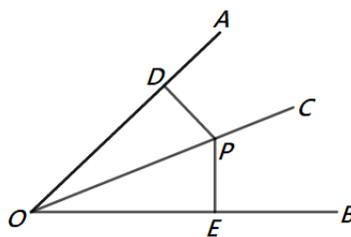
角的平分線上的點到角的兩邊的距離相等。

(強調學生，點到兩邊的距離是指點到兩邊之間的垂線段)

我們嘗試用證明全等三角形的方法來證明這條性質。

首先我們要分清楚“已知”和“求證”，顯然，已知是“一個點在一個角的平分線上”，結論是“這個點到這個角兩邊的距離相等”。根據已知和結論用符號表示題目，並把示意圖畫出來，然後證明。詳細如下：

1. 如圖， $\angle AOC = \angle BOC$ ，點 P 在 OC 上， $PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ ，垂足分別為 D ， E ，求證 $PD = PE$ 。



題目分析，要證明 $PD = PE$ ， PD 是 $\triangle POD$ 的邊， PE 是 $\triangle POE$ 的邊，證明了 $\triangle POD$ 和 $\triangle POE$ 全等， PD 和 PE 就是對應邊，我們便可以用全

等三角形性質去(全等三角形對應邊相等)去求證 $PD = PE$ 。根據題意：

$PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ 所以我知道 $\angle PDO$ 和 $\angle PEO$ 是直角， $\angle AOC = \angle BOC$ 且 PO 是公共邊，條件足夠，我們可以證明這兩個三角形全等，並證明 $PD = PE$ 。

證： $\because PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ (已知)

$\therefore \angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$ (垂直定義)

在 $\triangle POD$ 和 $\triangle POE$ 中：

$$\begin{cases} \angle PDO = \angle PEO (\text{已證}) \\ \angle AOC = \angle BOC (\text{已知}) \\ PO = PO (\text{公共邊}) \end{cases}$$

$\therefore \triangle POD \cong \triangle POE$ (SAS)

$\therefore PD = PE$ (全等三角形對應邊相等)

一般情況下，我們證明一個幾何命題時，常用的步驟有：

- (1) 明確命題中的已知和求證；
- (2) 根據題意，畫出圖形，並用符號表示已知和求證；
- (3) 經過分析，找出由已知推出要證的結論的途徑，寫出證明過程；

利用類似方法，用全等三角形全等證明，我們也可以證明出角平分線的逆定理。

角平分線的逆定理：

角的內部到角的兩邊的距離相等的點在角的平分線上。

提問學生：

“角的平分線上的點到角的兩邊的距離相等”的題設和結論分別是？

(題設：一個點在角平分線上，結論：這個點到角的兩邊的距離相等)

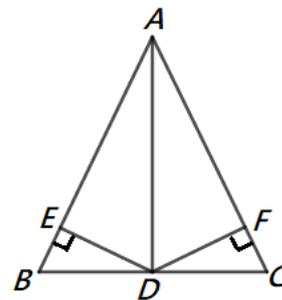
“角的內部到角的兩邊的距離相等的點在角的平分線上”的題設和結論分別是？

(題設：一個點在角的內部且到角的兩邊的距離相等，結論：這個點在角平分線上)

由以上可知，上面命題題設和下面結論相同，都是“點在角平分線上”，而下面命題的題設和上面的結論也相同，都是“點到角兩邊的距離相等”。所以，逆命題就是題設和結論互換的命題。

例題講解：

1. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是它的角平分線，且 $BD=CD$ ， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分別為 E ， F 。
求證 $EB=FC$ 。



題目分析，要證明 $EB=FC$ ， EB 是 $\triangle EBD$ 的邊， FC 是 $\triangle FCD$ 的邊，證明了 $\triangle EBD$ 和 $\triangle FCD$ 全等， EB 和 FC 就是對應邊，我們便可以用全等三角形性質去(全等三角形對應邊相等)去求證 $EB=FC$ 。

根據題意： $DE \perp AB$ 、 $DF \perp AC$ 和 AD 是它的角平分線，我們知道 $\triangle EBD$ 和 $\triangle FCD$ 是直角三角形，且 ED 和 FD 是角平分線上的點到角的兩邊的距離，所以 $ED=FD$ ，題目已知 $BD=CD$ 且 BD 和 CD 分別是 $\triangle EBD$ 和 $\triangle FCD$ 的斜邊，所以我們可以用HL定理證明這兩個三角形全等，並能證明 $EB=FC$ 。

證 $\because DE \perp AB$ 、 $DF \perp AC$ (已知)

$\therefore \angle DEB$ 和 $\angle DFC$ 都是直角(垂直定義)

又 AD 是它的角平分線(已知)

$\therefore ED=FD$ (角的平分線上的點到角的兩邊的距離相等)

在 $Rt\triangle EBD$ 和 $Rt\triangle FCD$ 中

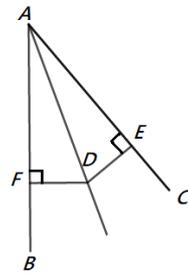
$$\begin{cases} BD = CD (\text{已知}) \\ ED = FD (\text{已證}) \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle EBD \cong \text{Rt}\triangle FCD (\text{HL})$
 $\therefore EB = FC (\text{全等三角形對應邊相等})$

練習：

如圖，AD 是 $\angle BAC$ 的角平分線， $DF \perp AB$ ， $DE \perp AC$ ，垂足是 F、E，求證 $AE = AF$ 。

證： \because AD 是 $\angle BAC$ 的角平分線 (已知)
 $\therefore \angle DFA$ 和 $\angle DEA$ 都是直角 (垂直定義)
 又 AD 是 $\angle BAC$ 的角平分線 (已知)
 $\therefore DE = DF$
 (角的平分線上的點到角兩邊的距離相等)
 在 $\text{Rt}\triangle AFD$ 和 $\text{Rt}\triangle AED$ 中



$$\begin{cases} AD = AD (\text{公共邊}) \\ DE = DF (\text{已證}) \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle AFD \cong \text{Rt}\triangle AED (\text{HL})$
 $\therefore AE = AF (\text{全等三角形對應邊相等})$

總結：
(2分
鐘)

角平分線性質：
 角的平分線上的點到角的兩邊的距離相等。
 角平分線性質逆定理：
 角的內部到角的兩邊的距離相等的點在角的平分線上。

板書設計：

解題過程

PPT，例題講解

叁、試教評估

全等三角形是初中幾何證明很重要的一個課題，對於回歸教育的學生來說，學生們的程度參差不齊，有的同學是初一直升上來，在初一學了平行線證明，所以對證明題有初步認識。有部分同學是今年才來讀初二，他們大部分都是停學了很多年重讀，所以對幾何證明的概念接近零。無論是直升或停學重讀，他們都是成年人，對老師講授的知識理解力都算高，只是不知如何表達出來。本教案期望學生可以通過這個課題對幾何證明的解題思路和表達有所提高。

因此，本教案除了著重對全等三角形、角平分線的性質和三角形全等的判定定理的理解外，更著重學生對證明題的書寫格式，以強化他們用數學符號表達證明過程的能力。

在第一、二節課的教學主題是全等三角形，這節課的教學目標是希望學生可以從思想上理解“全等”的概念，以重合的角度出發，有學生認為“全等”就是“相等”意思，它們有相近的意思，“相等”一般形容長度之間的關係，而圖形不只有長度，還有形狀等條件要考慮，所以圖形應用“全等”，為學生建立更高一層的幾何概念。本節先用動畫把圖形重合，在意識上給學生全等的定義就是能夠重合在一起的圖形，從一般到特殊，慢慢引入主題全等三角形。以平移、對折和旋轉等方式得出的三角形與原三角形都全等，讓學生知道，在日常

生活中，我們可以通過平移、對折和旋轉等方式去讓兩個三角形重合在一起去判斷它們是否全等。再以重合帶出對應關係，讓學生更具體的明白並不是同一方向或同一大小就是對應，有助於學生在做全等三角形證明題遇上方向不同的三角形也能找出對應關係。最後通過測量讓學生知道全等三角形的性質。總的來說，這節課的探索操作和練習相對簡單，重復性也多，目的是讓學生熟練操作和增加信心，往後的課堂也會用這種方式去探索三角形全等的判定。學生上完這節課後，普遍都理解全等的概念，並能找出對應頂點、對應邊和對應角。

在第三至十二節課的教學主題是三角形全等的判定定理首先讓學生知道在數學上怎樣才能證明兩個三角形全等，從全等三角形的性質推導出知道兩個三角形的三條邊和三個角分別相等的兩個三角形必定全等，再提出問題：是不是要滿足這六個條件才可證明兩個三角形全等？讓學生去從一個條件、兩個條件到三個條件去探究證明兩個三角形全等的最少條件。這個過程都用畫圖和比較的方式去探索，因為這個方式相對簡單，學生有能力完成，通過自己探索出來的結論更能體會和加深對結論的印象。在這過程中，SSS 判定定理也被探索出來。用最簡單的例題為學生講解綜合法證明書寫格式，用一例一練的方式去讓學生模仿，為他們建構證明三角形全等的書寫格式。在第五課節同樣地用畫圖和對比方式讓學生探索三角形全等判定定理 SAS，

然後用最簡單例題讓學生知道 SAS 的用法，再給予練習。學生已學到了 SSS 和 SAS 判定定理，所以在第六、七課節重點加強他們定理的使用和分析甚麼時候用甚麼定理。

強化他們的對题目的分析能力和綜合法的格式。同時，這兩節課也能讓他們學習三角形全等判定定理起到緩衝作用，一次性學習太多定理容易讓他們感到亂和不安，多做些題目能讓他們知道自己的掌握程度和增加信心，對往後學習更有信心。在第八、九節課，同學已經熟練用畫圖和對比的方法去探索三角形全等判定定理，同樣的方法去探索 ASA 定理，用例題讓學生知道 ASA 定理的用法，再讓他們嘗試用 ASA 來推出三角形全等判定推論 AAS，讓他們知道並不是甚麼知識也是從老師教授，自己也是有能力推出一些結論，增加他們對知識的興趣。強調從定理推出來的命題就是推論，讓他們了解定理和推論的區別。最後用例題解釋 ASA 和 AAS 的區別，帶出兩個三角形的兩組角和一條邊相等，那它們必定全等，如果該邊是兩角的夾邊，就用 ASA，如果該邊是其中一角的對邊，就用 AAS。最後用練習鞏固學生對定理的應用。第十節課，讓學生知道直角三角形的全等證明，除了可以用之前學的判定定理外，還有種特殊的判定定理是根據直角三角形的性質而存在的，用同樣的畫圖和對比方法去探索直角三角形判定定理 HL，用例題讓學生知道定理的應用方法，最後用練習鞏固學生對定理

的應用。在十一、十二節對之前的三角形全等判定定理作最後總結，讓學生知道證明兩個三角形全等的意義，往往很多幾何證明題都會透過證明兩個三角形全等獲得更多線索去證明更深入的命題，用例題讓學生明白這個道理。這節課的練習和以往不同，以往的練習以模仿老師為主，這次的練習希望可以開發學生的思考和推理能力，所以相對來說較困難。不過以學生的情況來說，有了過去成功的經驗，他們還是能解決這些難題。

在第十三、十四課節的教學主題是角的平分線的性質，但這節課的重點除了讓學生理解角的平分線的性質外，更重要是讓學生了解證明命題的過程，首先用先前的畫圖和測量的方法去探索角的平分線的性質。要讓學生明白，畫圖和測量的方法只能測出指定情況，並不全面。因此，我們在證明命題時一般都會用數學的方式去證明。教學生先找出命題的題設和結論，再用數學符號表達出來，讓它變成數學題目，然後根據題設條件把結論證明出來。最後讓學生用證明三角形全等的方法去把角的平分線的性質證出來。從這個過程帶出證明命題的一般過程。從角的平分線性質帶出角的平分線的逆定理，讓學生了解逆定理就是題設和結論互換的定理。用例題讓學生了解角的平分線的性質的應用，最後用練習讓學生應用角的平分線的性質。

根據學生的堂課情況來看，這十四節課的教學效果不錯，學

生普遍能理解全等的意義，也能找出兩個三角形的對應關係。雖然未能做對所有題目，但普遍也能用對判定定理，也可以自己在三角形上分析已知條件。比我預想的效果更好。

肆. 教學反思和建議

回歸教育的學生有幾個特點，大部分學生沒有銜接到上一年的基礎；此外，大部分學生都是成人，理解別人說話的能力相對較強。所以教案設計也是講授與動手操作做題各佔一半。而且題目都盡量不要涉及到過往的知識，讓他們更好理解要學的知識點。按這個原則去上課，雖然並不能讓學生能解決課外的題目，但讓掌握的知識點也能掌握。話雖如此，但往往計劃趕不上變化，往往學生遇到的問題也是難以預測，而這些問題也是大部分學生的問題，所以只能解決當前問題，導致教學進度有所推遲。

在第一、二節課時，該課題是全等三角形，教學目標是讓他們理解全等的定義和全等三角形的性質。這節課主要是概念性課題，做題的機會很少，雖然學生大致理解該學的知識點，但他們的心仍是感到不安。主要是因為全等三角形這個課題聞說是很難的，而且沒有實質的題目，讓他們也不清楚自己是否真正明白，可見他們自信不足。這時作為老師的我便要更堅定地肯定他們，問了他們幾個關於這堂的核心問題，他們都能答出，我便肯定地告訴他們，你們真的理解了這節課，結果他們便放心了。從這裏我明白到，其實他們並不是不聰明，只是過往學習的失敗經驗以致他們沒有自信。此外，適量的動畫也能有助他們理解幾何定義。這節課的內容也是多的，有時候語速有些快，

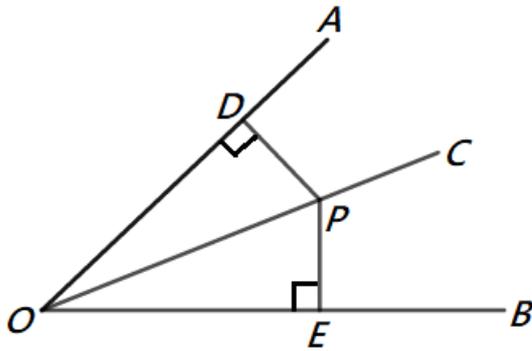
適度調慢一些有助他們理解。一些抽象的數學命題或語言能用更具體的例子，他們能更容易理解。

之後到了三角形全等判定定理的課節，這些課節用了很多畫圖，然後互相展示結果對比找出結論。在我預想他們其實是不太願意和其他人分享結果的，因為怕自己不對。但現實的是，他們很樂意展示自己的成果，這些都能讓探究活動更順利進行。雖然沒有分組，但他們彼此之間也會互相請教和學習，或許是回歸教育的課堂自由度相對較大，所以探究活動他們也會自己與別人一起完成。在講解例題時，一般也是通過 PPT 展示題目，然後把白板移到投影機下，把題目分析和解題過程寫下來。這樣一來可以節省抄題目的時間，二來也可以做到傳統講解題目的優勢，但缺點是投影機照在白板上時會反光，也妨礙到學生看白板。這也是一個值得改善的地方。

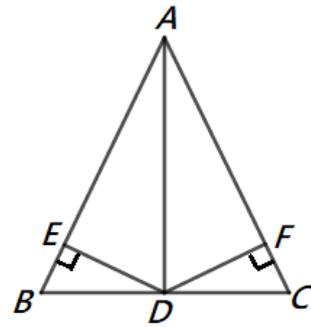
這個課題有很多證明題要講解和練習讓學生做，針對他們的基礎不好，我安排了很多簡單的題目讓他們把綜合法證明過程練好，由於簡單題目變多了，所以題量增加了，有時候學生也會感到疲倦，這些都值得去反思，應如何在中間取平衡？在起初講解證明題時，我只用一種顏色的筆來寫題目分析和解題過程，很多學生也會感到亂，有同學建議我把已知條件、分析過程和解題過程等用不同顏色的筆來寫。後來我也按同學的建議去改善。在這我認為良好的師生溝通很重要，有時候

會忽略了他們的感受，多聽學生的意見和感受，可以更理解學生的難處和想法，這樣便能想更多的教學方法和更容易調整自己的不足，對學生學習有絕大的幫助。每當學生面露疑惑，我也會主動問他的疑惑。每節課總結時也會問問他們感受，會不會感到太難或跟不上進度。師生之間建立互信，學生更容易接受老師的教導。

最後的課題是角的平分線的性質，這性質看似很簡單，但圖形變了，學生便不理解角平分線上的點到角的兩邊的距離。



圖一



圖二

他們清楚圖一(OC是 $\angle AOB$ 的角平分線)的PE和PD是角平分線上的點到角的兩邊的距離，但他們不理解圖二(AD是 $\angle BAC$ 的角平分線)的ED和FD是角平分線上的點到角的兩邊的距離。這個問題主要是因為他們認為角平分線的端點並不是角平分線上的點所致。後來跟他們糾正這個觀念，他們也能理解了。這節課以不同的方法去探索和證明角平分線的性質。讓他們知道一個命題可以用不同的方法去證明，但一般我們都會用比較全面的方法，在這個過程學生也有提問為甚麼要用

這麼多方法？在回答這個問題時，我也回答得不太好，若果回答得好些，或許可以挑起他們對數學的興趣。

幾何證明對學生來說是枯燥乏味的，甚至覺得是無用的東西，回歸教育的學生更會當面提出這些質疑，面對這些質疑，作為老師更加要堅定地回答他們學習數學的意義，很多東西你認為學習是無實際用途，但這些你認為無用的東西往往也在不知不覺間影響著你，正如數學一樣。

伍. 參考文獻

- 賴林祥(2004)：全國 68 所名牌中學初中數學講練一本全。長春出版社
- 簡廷豐(2017)：國中幾何證明大全。台灣。白象出版社
- 林群(2014)：數學八年級上冊教師教學用書。北京。人民教育出版社