



《數與形》的教學設計

文·圖 | 吳海燕 梁曉君

《數與形》是小學數學人教版教材六年級上冊第八單元數學廣角的教學內容。數學廣角內容的編排直指數學思想與方法，它是人教版教材編排的一大特色。在數學的學習中，實際上有兩條主線，其一是數學知識的學習，它是顯性的；其二是數學思想方法的學習，它是隱形的。顯性的會引發關注，隱形的卻常常被忽視。研究表明，一個人學習過的知識可能會忘記，但解決問題的思想方法不會。所以，掌握數學思想方法比獲得具體的數學知識更為重要。^{註1} 數學思想方法的獲得必須經過較長的時間，那麼就需要教師有目的、有意識地啟發、誘導，使學生不斷地感知、體會、領悟並深化，方可達成。

為了達成數學思想方法的教學目標，把數學思想方法根植在學生腦中，促使其成為學生解決問題的工具。特以《數與形》這一教學內容，跟廣大的教育同仁一同探討數學思想方法的教學，以期共同成長。

環節一：問題的發現與提出

（一）初步嘗試，外化學生原有想法

【學習活動 1】 教師呈現如下一組算式，請學生自己嘗試計算結果。

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=$$

設計意圖：通過學生的自主嘗試，調用學生的原有認知，外化學生計算的原有方法，引發學生對演算法的關注。

【學習活動 2】

呈現學生作品，交流中瞭解演算法。

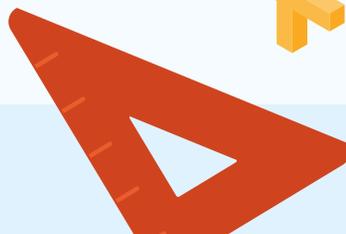
形式：呈現學生演算法，並請學生陳述自己計算的過程。

第一種：按照順序依次累加，得到結果 100。（圖 1）

圖 1

第二種：依據資料特點，選擇先湊整再相加的方法。（圖 2、圖 3）

（學生課堂生成資源如下）



¹ 顧泠沅（2006）。《數學思想方法》。北京：中央廣播電視大學出版社。

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19 = 20 \times 5 = 100$$

圖 2

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19 = 20+20+20+20+20 = 100$$

圖 3

【學習活動 3】

整理演算法，引發學生對演算法的關注。

問題：同學們都會解決這個問題，那大家都是用甚麼辦法算出結果的呢？

設計意圖：用設問引發學生對演算法進行梳理，並關注演算法。

（二）變換題目，引發問題和思考

問題：如果資料變得多一些，如下，你可以算出結果嗎？打算怎樣算呢？我們要不要再試試？

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+\cdots+99=$$

$$1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+\cdots+99+\cdots+999=$$

學生：不要了，太麻煩了。

教師引導：如果有足夠的時間，相信大家都能算出結果，但算起來會很麻煩。所以我們今天的研究問題出現了，要解決這樣的問題有沒有更加巧妙的辦法呢？今天我們就來研究這個問題。

設計意圖：通過計算難度的增加，引發想辦法解決問題的意願，從而生發出研究的問題，激發學生探究的興趣。

環節二：自主探究解決問題，瞭解數學思想方法

（一）初次探究，尋找策略

【學習活動 4】交流研討，制定方案。

1. 教師引導：這麼長的算式不好研究，怎麼辦呢？
2. 學生交流討論：小組交流—集體交流
3. 獲得研究方法：可以研究一個短一點算式，找找有甚麼規律。然後再根據規律算出這個長長的算式的得數。

設計意圖：通過思維碰撞，深化化繁為簡的解決問題的策略，豐富學生解決問題的方法，培養解決問題的能力。

【學習活動 5】自主嘗試研究

$1+3+5+7+9+11=$ ，找尋解決問題的便捷方法。

1. 學生自主研究（自己研究、同伴研討）
2. 展示學生研討成果，在交流討論中相互啟發。

預設 1：學生找到了數形結合的方法。就輔助學生給以圖形的支持，在生生互動中，引導學生理解其方法，感受數形結合方法的作用與價值。

預設 2：學生沒有找到數形結合的方法。就請學生們先表達出自己的方法（如圖 4、5、6），然後老師作為學習的參與者呈現出數形結合法的圖形。（如圖 7）然後引導學生自主理解體悟。



(如下是學生生成的一些課堂資源)

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$

圖 4

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$

圖 5

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$

圖 6

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 =$$

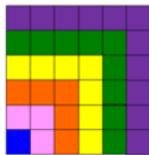


圖 7

教師引導：借助這個圖形能不能幫我們找到解決問題的簡單方法呢？

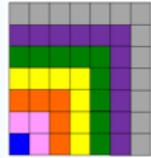
組織學生結合圖形觀察討論，明確方法。

設計意圖：借助圖形的支援，使學生理解並領悟解決問題的新方法，從而感受圖形的作用與價值。

【學習活動 6】舉例驗證，深入認識理解。

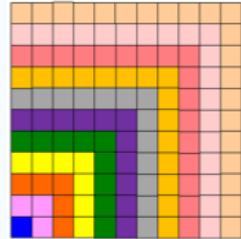
1. 呈現算式及圖形，學生自主理解並驗證。

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2 = 49$$



$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$$

$$= 11^2 = 121$$



設計意圖：藉算式和圖形的支持，使學生清晰認識並理解方法，深刻感受圖形的作用與價值。

2. 關聯主問題

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + \dots + 99 =$$

$$5 + \dots + 99 =$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + \dots + 99 + \dots + 999 =$$

教師引導：現在我們回到最初的問題，你打算怎麼得到以上算式的結果呢？

【學習活動 7】引導學生回顧學習過程，梳理、提煉思想方法。

教師引導：回顧剛才我們解決問題的全過程，你都有甚麼認識，獲得了哪些解決問題的方法呢？

預設學生：化繁為簡，數形結合。

設計意圖：引導學生在學習中及時反思總結，清晰方法，培養學生反省思維。

環節三：遷移應用，深化數形結合的思想方法

【學習活動 8】嘗試用數形結合的方法解決下面的問題。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$$

1. 學生自主嘗試
2. 呈現學生解決問題的素材，組織學生交流討論。（如下圖 10-15）

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \\ & = \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{8}{64} + \frac{4}{64} + \frac{2}{64} + \frac{1}{64} = \\ & = \frac{63}{64} \end{aligned}$$

圖 10

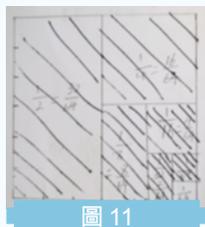


圖 11



圖 12

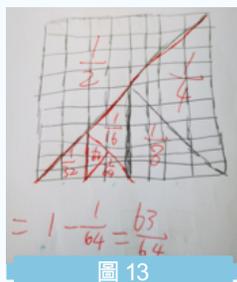


圖 13

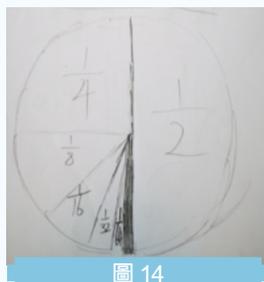


圖 14

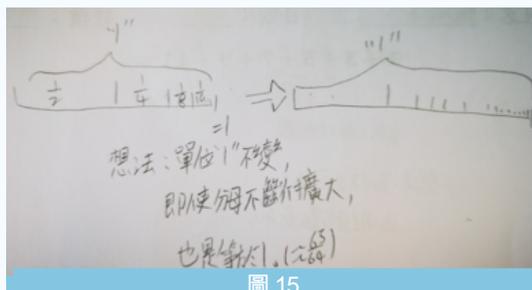


圖 15

【學習活動 9】學習回顧，反思總結
結合我們今天學習的所有內容，談談這節課你有甚麼感受吧？

華羅庚曾說：“數缺形時少直觀，形少數時難入微；數形結合百般好，隔離分家萬事休”。在本教學設計中，通過學生自主嘗試解決新問題，借助不同解決問題方法的對比辨析，使學生在嘗試、交流、討論的過程中，感受和體悟給數以形支持的好處和價值，認識並理解數形結合的思想方法。通過練習中學生對數形結合方法的多樣應用，瞭解到學生對數形結合思想方法的感受與接納。

吳海燕

北京市朝陽區教育科學研究院小學數學科教研員、高級教師、北京市骨幹教師。現任職於教育及青年發展局，派駐澳門浸信中學、教業中學及婦聯學校作教學交流工作。

梁曉君

教業中學國際部小學數學教師、數學科組組長

