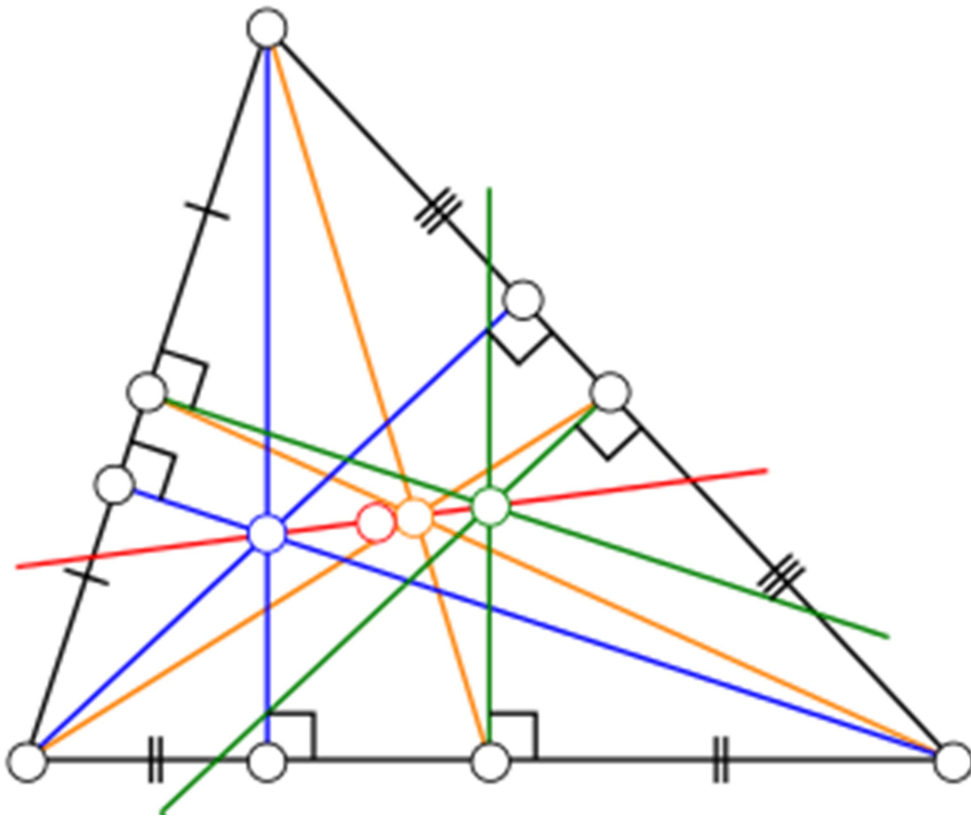


三角形的五心



參選編號：G004

科目：數學

適合年級：初二

簡介

本教案主要是介紹三角形的五心，三角形的五心很多性質都涉及很多初三圓的知識，所以本計劃不打算提前教導學生初三的知識而選擇選取一些初二所涵蓋的知識面。而利用圖形計算機或其他繪圖軟件進行三角形的頂點和各特殊點坐標定位，再利用 SCTRACH 進行不同三角形的動畫制作，一方面可以加強學生對 SCTRACH 的操作技巧，另一方面又可加深他們對坐標及三角形一些線段的認識。

目次

內容

| | |
|-----------------|-----|
| 簡介..... | i |
| 目次..... | ii |
| 教學進度表..... | iii |
| 壹、教學計劃內容簡介..... | 1 |
| 一、教學目標..... | 1 |
| 二、主要內容..... | 1 |
| 三、設計創意和特色..... | 1 |
| 四、教學重點..... | 2 |
| 五、教學難點..... | 2 |
| 六、教學用具..... | 2 |
| 七、教學課時..... | 2 |
| 貳、教案..... | 3 |
| 參、試教評估..... | 16 |
| 肆、反思建議..... | 18 |
| 相關教材..... | 22 |

教學進度表

| | | | | | |
|---------------------------|-----------------------------|-----------|-------------|--------------------|--------------------|
| 作品名稱 | 三角形的五心 | | | 人數 | 35 人 |
| 實施年級 | 初二 | | | 總實施節數 ^註 | 4 節 |
| 實施日期 | 2019 年 12 月 18 日- 12 月 27 日 | | | 每節課時 | 40 分鐘 |
| 科目 | 數學 | | | 科目每週節數 | 6 節 |
| 預計授課日期 (年-月-日) | 節數 | 課節 | 課題名稱 | 課題內容 | 課時 (分鐘) |
| 2019 年 12 月 18 日 | 1 | 第一課節 | 重心和垂心 | 重心和垂心的定義，性質 | 40 |
| 2019 年 12 月 19 日 | 1 | 第二課節 | 內心，外心和旁心 | 內心，外心和旁心的定義及性質 | 40 |
| 2019 年 12 月 26 日 | 1 | 第三課節 | 三角形五心的記憶方法 | 圖像和口訣的記憶法 | 40 |
| 2019 年 12 月 27 日 | 1 | 第四課節 | 三角形五心的應用 | 利用三角形五心來解題 | 40 |

壹、教學計劃內容簡介

一、教學目標

(一) 知識與技能：

1. 讓學生知道三角形的五心的定義.
2. 學生能利用圖形計算機來畫出三角形的五心.
3. 學生能說出三角形五心的基本特性.
4. 能熟背三角形五心的圖像和口訣.
5. 能利用三角形五心的性質來解題.

二、主要內容

1. 讓學生判斷出三角形的重心，外心，垂心，內心和旁心的定義
2. 主要知道三角形的五心是由那些三角形線段所組成，其中有三角形的中線，垂直平分線，高，角平分線等
3. 三角形五心的口訣和圖形的記憶法
4. 應用三角形的五心的性質來完成複雜的題目
5. 體會認識三角形的五心的重要性.

三、設計創意和特色

三角形五心在初中教學中是一大難點，很多學生都不能記住他們的性質和名稱，本單元希望利用圖形計算器的幾何部份的功能，讓學

生自己動手畫，從中探索出五心的性質，而相對的名稱，希望透過口訣和圖形加深他們的記憶，以方便日後他們能解決一些較複雜的題目

四、教學重點

尋找三角形的五心的位置及其性質

五、教學難點

利用三角形五心的性質來解決複雜的題目

六、教學用具

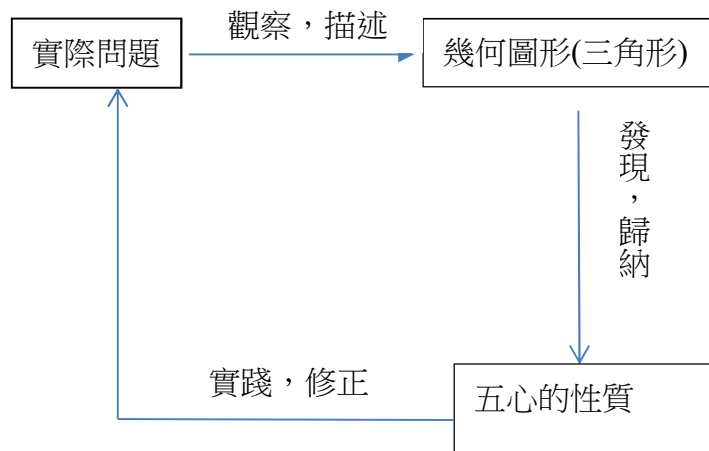
PPT，iPAD，圖形計算器，Scrtach

七、教學課時

4 個教學課時





貳、教案

本單元的知識框架為：



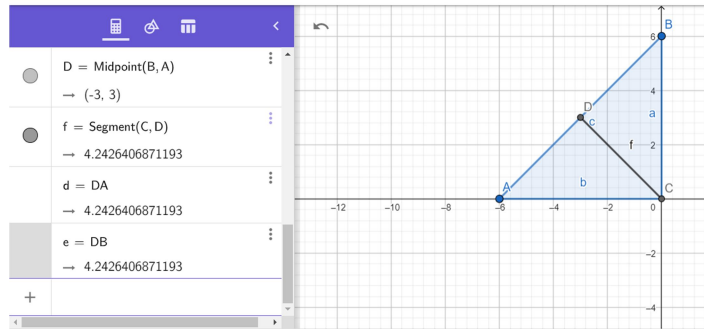
本設計主要是觀察，描述；發現，歸納；實踐，修正來進行的。

三角形的重心和垂心

| | | | | | | | |
|---------------|--|----------|-------|------------|------------|---------------|----|
| 學校 | | 班級 | 初二 | 執教 教師 | | 科目 | 數學 |
| 單元 名稱 | 三角形的五心 | 活動 名稱 | 重心和垂心 | 日期 | 2019-12-18 | 課時 | 1 |
| 活動 目標 | (本節教學活動的目標) 【知識與技能】 | | | 基本學力要求項目編號 | | 本年級可達致的 目標 | |
| | 1. 能發現三角形重心的存在 | | | | | | |
| | 2. 能知道三角形重心的性質 | | | | | | |
| 重難 點 分析 | 重點： 能發現三角形重心及垂心的存在 | | | | | | |
| | 難點： 能知道三角形的重心與垂心的性質 | | | | | | |
| 活動 過程 | 一、情景導入，初步認識(8分鐘) | | | | | | |
| | <p>引導題：若有甲、乙、丙三間工廠，想共同興建一間原材料製造廠，請問原材料製造廠井的位置應選在何處才能使三間工廠與原材料製造廠的距離都相等？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>甲工廠</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>乙工廠</p>  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;"> <p>丙工廠</p>  </div> </div> <p>教師先讓學生觀察，描述其要點(觀察，描述)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 原材料到三間工廠距離相等。 2. 轉化成一個點到三個點的距離相等。 3. 再轉化成三角形一個點到三個頂點的距離相等。 | | | | | | |

直角三角形斜邊上的中線等於斜邊之半引導他們發現這個斜邊上的中點到三個頂點的距離相等(發現，歸納)；(此部份主要利用圖型計算機的圖形或其他繪圖軟件來探討)

利用圖型計算機或其他繪圖軟件來尋找直角三角形三條的中線，看他們有什麼特殊的情況，由一個直角三角形來探討，先探討斜邊上的中點，再要求學生量度他們的到每一個頂點距離是否一樣。



結論：在直角三角形中，斜邊上的中點到三個頂點的距離相等。

活動過程

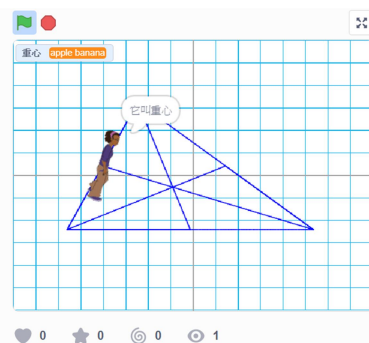
二、思考探究，獲取新知(25 分鐘)

老師會問：因為直角三角形只是其中一款的三角形，那銳角三角形和鈍角三角形

1. 小組活動---重心(實踐，修正)

三人一組，讓他們先看 SCRATCH，透過學生應找到三角形三條中線會相交於一點，且要求學生量度這個交點到三角形三個頂點的距離是否一樣(圖形計算機或其他繪圖軟件)? 及制作屬於自己組的 SCRATCH 動畫。

SCRATCH 的檔案連結：<https://scratch.mit.edu/projects/402938194>



總結得出

三角形的重心的定義：三角形三條中線的交點

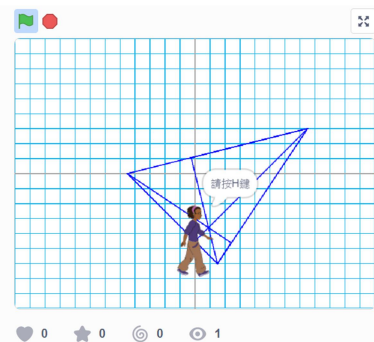
三角形的重心的性質：重心到頂點的距離與重心到對邊中點的距離之比為 2 : 1。

除了三角形的三條中線能交於一點外，請問三角形的三條高，三條內角平分線，三邊的中垂線，外角的角平分線是否都是一樣？那現我們先探討三條高，是否也是交於一點？

2. 小組活動---垂心(實踐，修正)

三人一組，讓他們先看 SCRATCH，他們應該會發現三角形三條高會交於一點，且利用圖型計算機或其他繪圖軟件來尋找垂心的性質。(圖型計算機的圖形或其他繪圖軟件)

SCRATCH的檔案連結：<https://scratch.mit.edu/projects/407030112>



總結得出：

三角形的垂心的定義：指的是三角形的三條高與對邊或其延長線相交於一點的這個點。

三角形的垂心的性質：有 12 個直角三角形

三、師生互動，課堂小結(5 分鐘)

總結得出：

三角形的重心的定義：三角形三條中線的交點。

三角形的重心的性質：重心到頂點的距離與重心到對邊中點的距離之比為 2 : 1。

三角形的垂心的定義：指的是三角形的三條高與對邊或其延長線相交於一點的這個點。

三角形的垂心的性質：有 12 個直角三角形。

四. 佈置作業：(2 分鐘)

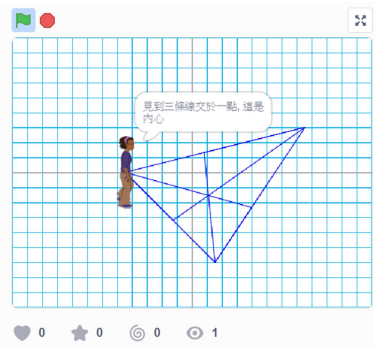
三人一組，讓他們制作 SCRATCH 的動片

1. 是直角三角形和鈍角三角形鈍角三角形的重心
2. 是直角三角形和鈍角三角形的垂心，並修正 SCRATCH 的錯誤

三角形的內心，外心和旁心

| | | | | | | | |
|-----------------------|--|----------|----------|------------|------------|---------------|----|
| 學校 | | 班級 | 初二 | 執教 教師 | | 科目 | 數學 |
| 單元 名稱 | 三角形的五心 | 活動 名稱 | 內心，外心和旁心 | 日期 | 2019-12-19 | 課時 | 1 |
| 活動 目標 | (本節教學活動的目標) 【知識與技能】 | | | 基本學力要求項目編號 | | 本年級可達致的 目標 | |
| | 1. 能發現三角形內心，外心和旁心的存在 | | | | | | |
| | 2. 能知道三角形內心，外心和旁心的性質 | | | | | | |
| 重 難 點 分 析 | <p>重點： 能發現三角形內心，外心和旁心的存在</p> <p>難點： 能知道三角形的內心，外心和旁心性質</p> | | | | | | |
| 活 動 過 程 | <p>一. 復習舊知識(5 分鐘)</p> <p>先播放同學的 SCRATCH 功課，再總結</p> <p>三角形的重心的定義：三角形三條中線的交點</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 直角三角形的重心交於斜邊上 2. 銳角三角形和鈍角三角形的垂心在三角形內 <p>三角形的重心的性質：重心到頂點的距離與重心到對邊中點的距離之比為 2 : 1。</p> <p>三角形的垂心的定義：指的是三角形的三條高與對邊或其延長線相交於一點的這個點。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 銳角三角形的垂心在三角形內 2. 直角三角形的垂心在直角頂點上 3. 鈍角三角形的垂心在三角形外 <p>三角形的垂心的性質：有 12 個直角三角形</p> <p>二、思考探究，獲取新知(25 分鐘)</p> <p>1. 小組活動一---內心(發現，總結，實踐，修正)</p> <p>三人一組，讓他們先看 SCRATCH，他們應該會銳角三角形內角角平分線，且利用圖型計算機或其他繪圖軟件來尋找內心的性質。(圖型計算機的圖形或其他繪圖軟件)</p> | | | | | | |

SCRATCH的檔案連結: <https://scratch.mit.edu/projects/409821124>



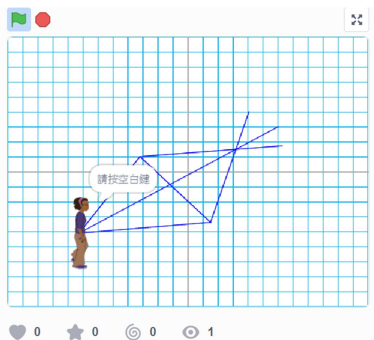
三角形的心的定義: 三個內角的三條角平分線相交於一點, 這個點叫做三角形的內心。
三角形的內心的性質: 三角形內心到三角形三條邊的距離相等。

活動過程

2. 小組活動二---旁心(發現, 總結, 實踐, 修正)

三人一組, 讓他們先看 SCRATCH, 他們應該會銳角三角形一個內角角平分線和其他兩個內角的外角平分線, 且利用圖型計算機或其他繪圖軟件來尋找旁心的性質。(圖型計算機的圖形或其他繪圖軟件)

SCRATCH的檔案連結: <https://scratch.mit.edu/projects/410235051>



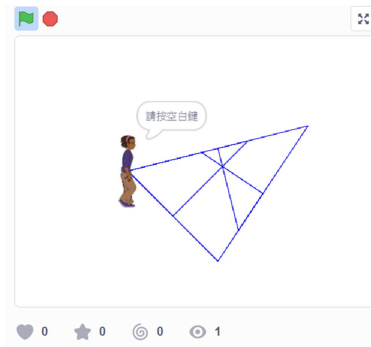
總結得出:

三角形的旁心的定義: 它是三角形一個內角的平分線和其他兩個內角的外角平分線的交點
三角形的旁心的性質: 旁心到三角形三邊的距離相等

3. 小組活動三---外心(發現, 總結, 實踐, 修正)

三人一組, 讓他們先看 SCRATCH, 他們應該會銳角三角形三條的垂直平分線, 且利用圖型計算機或其他繪圖軟件來尋找外心的性質。(圖型計算機的圖形或其他繪圖軟件)

SCRATCH的檔案連結：<https://scratch.mit.edu/projects/410035786>



總結得出：

三角形的外心的定義： 三角形三邊垂直平分線的交點

三角形的外心的性質： 外心到三角形三個頂點的距離相等

三、師生互動，課堂小結(10 分鐘)

總結得出：

三角形的心的定義： 三個內角的三條角平分線相交於一點，這個點叫做三角形的內心。

三角形的內心的性質： 三角形內心到三角形三條邊的距離相等。

三角形的旁心的定義： 它是三角形一個內角的平分線和其他兩個內角的外角平分線的交點

三角形的旁心的性質： 旁心到三角形三邊的距離相等

三角形的外心的定義： 三角形三邊垂直平分線的交點

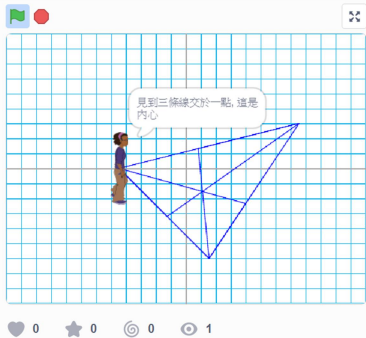
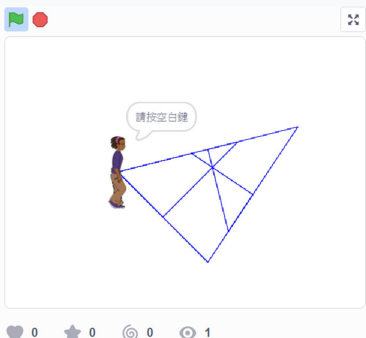
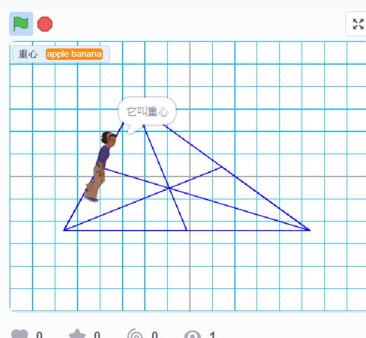
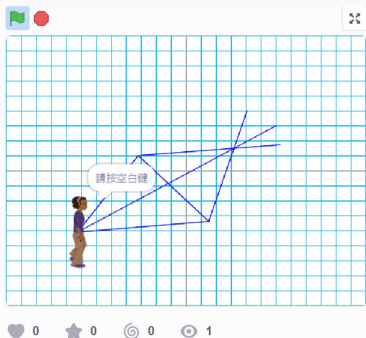
三角形的外心的性質： 外心到三角形三個頂點的距離相等

四. 佈置作業：(2 分鐘)

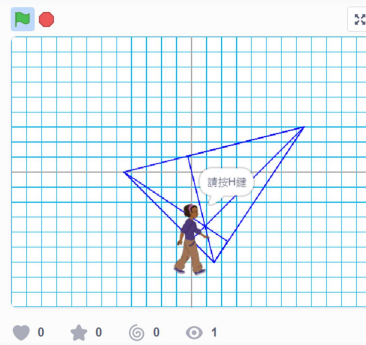
三人一組，讓他們制作 SCRATCH 的動片 1. 是直角三角形和鈍角三角形的內心， 2.是直角三角形和鈍角三角形的旁心， 是直角三角形和鈍角三角形的外心，並修正 SCRATCH 的錯誤

三角形五心的記憶方法

| 學校 | | 班級 | 初二 | 執教 教師 | | 科目 | 數學 | | | | | | | | |
|---------------|---|----------|----------------|------------|------------|---------------|----|----|----|----|----|--|--|--|--|
| 單元 名稱 | 三角形的五心 | 活動 名稱 | 三角形五心的記憶 方法 | 日期 | 2019-12-26 | 課時 | 1 | | | | | | | | |
| 活動 目標 | (本節教學活動的目標) 【知識與技能】 | | | 基本學力要求項目編號 | | 本年級可達致的 目標 | | | | | | | | | |
| | 能掌握三角形五心的記憶方法 | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| 重難 點 分析 | <p>重點： 能掌握三角形五心的記憶方法</p> <p>難點： 能掌握三角形五心的記憶方法</p> | | | | | | | | | | | | | | |
| 活動 過程 | <p>一. 情景導入，初步認識(10 分鐘)</p> <p>先利用影片來讓同學復習五心</p> <p>https://www.bilibili.com/video/av70839954/</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=f4x_2zUnrdk</p> <p>二. 記憶法(18 分鐘)</p> <p>先整理好三角形的五心的定義同性質，根據老師給予影片音樂（或自己選音樂），利用三角形五心的定義和性質填詞，錄制在老師給予的 SCRTACH 或自制的 SCRTACH 中，再給向全班同學展示出來。</p> <table border="1" data-bbox="204 1704 1433 1821"> <thead> <tr> <th>名稱</th> <th>定義</th> <th>圖示</th> <th>性質</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table> | | | | | | | 名稱 | 定義 | 圖示 | 性質 | | | | |
| 名稱 | 定義 | 圖示 | 性質 | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | |
|------|----|-----------------------------|--|------------------------------|
| 活動過程 | 內心 | 三個內角的角平分線的交點 |  | 到三角形三條邊的距離相等 |
| | 外心 | 三條邊的垂直平分線的交點 |  | 到三角形三個頂點的距離相等 |
| | 重心 | 三條中線的交點 |  | 重心到頂點的距離與重心到對邊中點的距離之比為 2 : 1 |
| | 旁心 | 三角形一個內角的平分線和其他兩個內角的外角平分線的交點 |  | 三角形三邊的距離相等 |

垂心 三條高線的交點



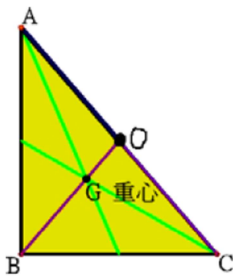
有 12 個直角三角形

三. 師生互動，課堂小結(10 分鐘)

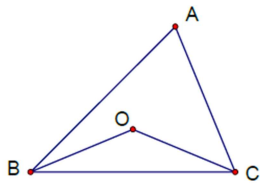
讓學生展示自己的作品

四. 佈置作業：(2 分鐘)





1. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， G 為重心， O 為外心，若 $AB=4$ ， $BC=3$ ，則 OB 和 OG 的長度各為多少？



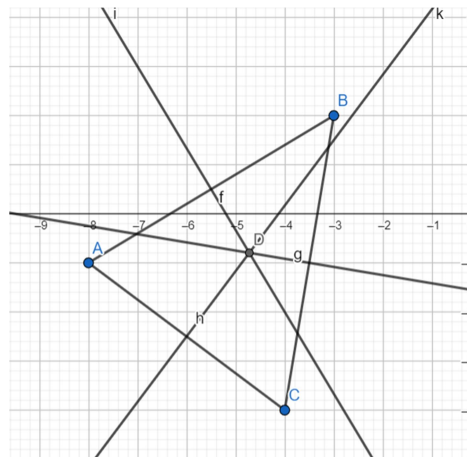
1. 若 $\triangle ABC$ 中， $\angle BOC=140^\circ$ ， O 點為 $\triangle ABC$ 的外心，求 $\angle A$ 的度數.



三角形五心的應用

| | | | | | | | |
|------|--|------|----------|------------|------------|-----------|----|
| 學校 | | 班級 | 初二 | 執教教師 | | 科目 | 數學 |
| 單元名稱 | 三角形的五心 | 活動名稱 | 三角形五心的應用 | 日期 | 2019-12-27 | 課時 | 1 |
| 活動目標 | (本節教學活動的目標) 【知識與技能】 | | | 基本學力要求項目編號 | | 本年級可達致的目標 | |
| | 1. 能發現三角形的存在 | | | | | | |
| | 2. 能知道三角形重心到三角形三邊的距離相等 | | | | | | |
| 重點分析 | 重點： 能發現三角形重心及垂心的存在 | | | | | | |
| | 難點： 能知道三角形的重心與垂心的性質 | | | | | | |
| 活動過程 | 一.情景導入，初步認識(8分鐘) | | | | | | |
| | <p>回到第一次學三角五心時，現在是否能答出</p> <p>引導題：若有甲、乙、丙三間工廠，想共同興建一間原材料製造廠，請問原材料製造廠井的位置應選在何處才能使三間工廠與原材料製造廠的距離都相等？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>甲工廠</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>乙工廠</p>  </div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;"> <p>丙工廠</p>  </div> </div> <p>即先將三個工廠連結成一個三角形，再找他們的外心便可解決，讓同學利用圖型計算機的</p> | | | | | | |

圖形或其他繪圖軟件來尋找出外心的位置，此圖為D點便是原材料製造廠的位置



二. 運用新知，深化理解(20 分鐘)

例 1:

1. 在三角形 ABC 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ， $\angle C=60^\circ$ ，O 為斜邊中點。

求證：三角形 OBC 為正三角形。

證：描述、發現：

O 是重心，性質為重心到頂點的距離與重心到對邊中點的距離之比為 2 : 1

- 利用直角三角形中 30 度所對邊是斜邊之半
- 在直角三角形中斜邊上的中點為斜邊之半
- 可以用三邊相等的三角形是正三角形
或有一個角是 60 度的等腰三角形是正三角形

實踐、修正：

證明過程由學生自行完成。

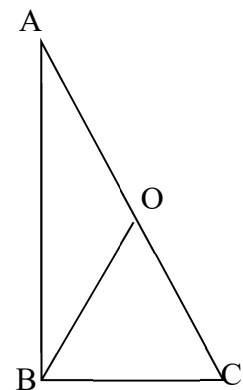
2. 承上題，求 BC : AB : AC 三邊長的比。

解：描述、發現：

- 利用直角三角形中 30 度所對邊是斜邊之半
- 設 $BC = x$ ，則 $AC = ?$
- 利用勾股定理來計算 AB 的長

實踐、修正：

解題過程由學生自行完成。



例 2: 如圖, I 為 $\triangle ABC$ 的內心, 且 $\angle ABC=50^\circ$, $\angle ACB=30^\circ$, 求 $\angle BIC$ 的度數。

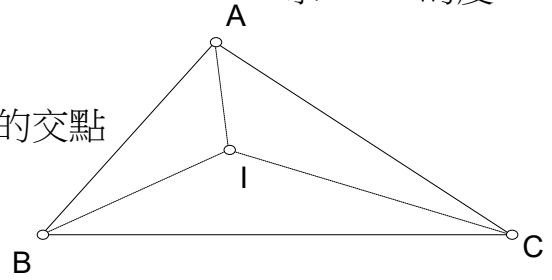
解: 描述、發現:

A. I 是內心, 是三角形三個內角的角平分線的交點

B. $\angle ABC + \angle ACB = 50^\circ + 30^\circ$

C. $\angle IBC + \angle ICB = 0.5 * (\angle ABC + \angle ACB)$

D. $\triangle IBC$ 的內角和為 180°



實踐、修正:

解題過程由學生自行完成。

三、師生互動, 課堂小結(10 分鐘)

請回答以下問題:

何謂三角形的五心

三角形五心的性質

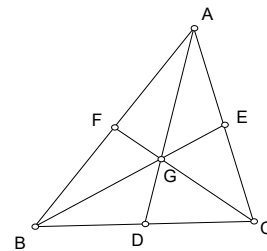
小測: <https://forms.gle/7NNpHx5VXLF91KCA7>

四. 佈置作業: (2 分鐘)

1. 如圖, 已知 G 為三角形 ABC 的重心,

求證: ① $CG=2GF$ $AG=2GD$

② $\triangle BGD = \triangle GDC = \triangle GEC = \triangle AGE = \triangle AFG = \triangle FGB$



d. 平面上有 A、B、C 三點, 請找到一個點 O, 與他們距離都相等。並說明原因。

•A

•B

•C

參、試教評估

本計劃的重點放在學生能發現三角形的五心都是交於一點，而重心、外心、內心、旁心和垂心是由三角形那些特殊的線段而得，而三角形五心只選一個性質來介紹。主要是考慮到初二的同學剛學三角形，而三角形的五心很多性質都涉及很多初三圓的知識，所以本計劃不打算提前教導學生而選擇選取一些初二的知識面的所涵蓋的。(註這個課題放在初三教授，便能涵蓋所有的性質了。)

本計劃主要由觀察，描述，實踐，修正這四個步驟來進行，每一節課都是希望能以這個編程思想來進行。希望能做到先觀察及描述各活動的內容，以列點形式來進行描述的過程，最後以實踐及修正內容來進行證明過程或編程的功課。

由於五心內容比較抽象，對於學生是屬於高層次的內容，若用平時讓學生畫圖，歸納方法來進行，大部份學生是不能獨立完成，而降低學生的興趣和學習積極性。所以本計劃針對這方面作出一些改變。在課堂時已讓學生以小組進行，三人一組，能力分佈為高中低三個層次的同學為一組。而利用圖形計算機或其他繪圖軟件進行三角形的頂點和各特殊點坐標定位，再利用 SCTRACH 進行不同三角形的動畫制作，一方面可以加強學生對 SCTRACH 的操作技巧，另一方面又可加深他們對坐標及三角形一些線段的認識。而能力高的同學更能在網上或制作過程中可以找出更多的性質。

由開始的三節課，大部份是集中在活動(制作 SCTRACH 的動畫)而沒有例題的，而例題主要是集中在第四節的應用，而大部份以淺入深來進行，而且都是以編程的思考方法進行例題的講解，不怕學生學不會只怕學生不思考，所以本計劃的例題主要給學生思路方法，以列點形式進行，讓學生嘗試失敗，再試

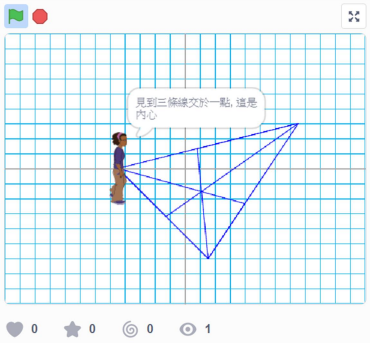
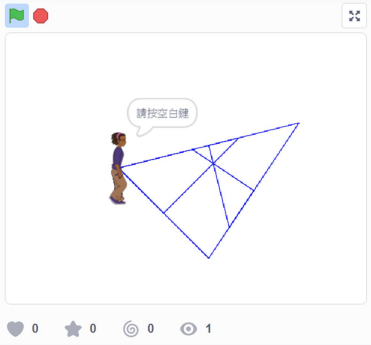
成功的滋味。這樣做讓學生更好地發揮自己的能力，也能培養學生的動手能力及創新精神。

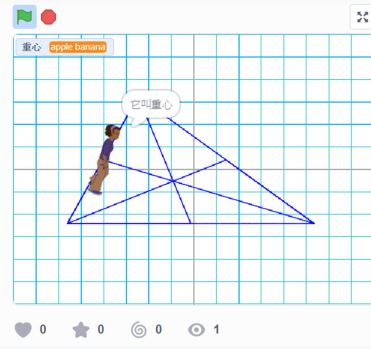
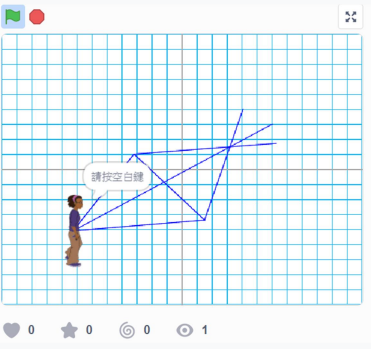
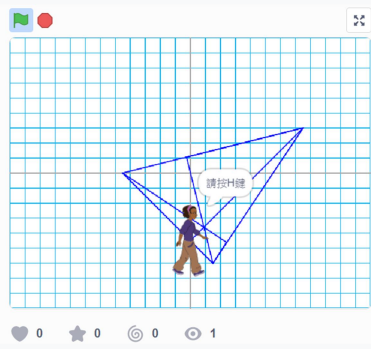
而本計劃也利用 GOOGLE 表單的測驗功能，主要是以選擇或填充進行，在班上以 IPAD 進行小測及 SCTRACH 的制作，這樣可以即時檢查他們的學習情況。也能為以後的課程提供一些參考的方法。

肆、反思建議

一. 五心的教學

由於三角形的五心是橫跨初二初三的教學內容，其本是每一個三角形的心都會涉及到初三的內容，而且三角形五心的性質是有很多選擇性。所以可以選擇一些初二的內容，而且重點放在三角形的五心的發現，放輕性質的內容，這樣可以令一些能力較弱的學生更容易掌握相關的知識。再加上第三節課是利用同學自制的 SCTRACH 來制作音樂制作，主要是讓同學容易記憶三角形的五心由那些線段所組成的，同他們的性質是什麼。若在初三進行這個課題，我相信同學們能探討更多不同的性質，而應用題目也能進行更深入的探討。

| 名稱 | 定義 | 圖示 | 性質 |
|----|--------------|--|---------------|
| 內心 | 三個內角的角平分線的交點 |  | 到三角形三條邊的距離相等 |
| 外心 | 三條邊的垂直平分線的交點 |  | 到三角形三個頂點的距離相等 |

| | | | |
|-----------|---|--|---|
| <p>重心</p> | <p>三條中線的交點</p> |  | <p>重心到頂點的距離與 重心到對邊中點的距離 之比為 2 : 1</p> |
| <p>旁心</p> | <p>三角形一個內角的平分線 和其他兩個內角的外角平分線的交點</p> |  | <p>三角形三邊的距離相等</p> |
| <p>垂心</p> | <p>三條高線的交點</p> |  | <p>有 12 個直角三角形</p> |

二. 三角形的記憶法

本計劃主要是以五個主要活動來進行的，分別是以五心的探究來進行這些活動，作制作成 SCRATCH 動畫。而活動都是以以下形式進行：

三人一組，讓他們先看 SCRATCH，他們應該會銳角三角形一個內角角平分線和其他兩個內角的外角平分線，且利用圖型計算機或其他繪圖軟件來尋找旁心的性質。(圖型計算機的圖形或其他繪圖軟件)

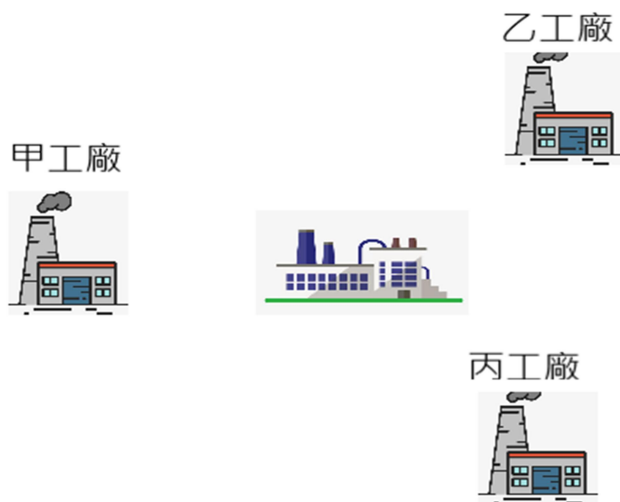
利用繪圖軟件或圖型計算機的目的是 SCRATCH 中計算角平分線，中線、高及中垂線都是比較困難，但用繪圖軟件或圖型計算機來進行這方面的探討，

相對就較容易，所以這個活動為了迎合全部學生，便會先用繪圖軟件或圖型計算機再制作 SCRATCH 的動畫。

三. 應用的題目

這個主要是在第四節課中進行，設計上是以第一節課的引入問題，而第一節至第三節課都是橫繞這個問題來行，還利用不同的三角形的心來進行排除法。

引導題：若有 甲、乙、丙三間工廠，想共同興建一間原材料製造廠，請問原材料製造廠 井的位置應選在何處才能使三間工廠與原材料製造廠的距離都相等？



剛開始時，先用特殊的三角形(直角三角形)來解決問題，而且直角三角形的一個性質：在直角三角形中，斜邊上的中點到三個頂點的距離相等，好似能解決這個問題，但在現實生活中，我們都知道工廠的位置不會按直角三角形來設計。所以一定要回歸到一般的三角形來進行，但在一般的三角形中，三條高交於一點的重心又沒有這個性質，所以又要進行另外的中線，角平分線來進行，而計劃會將符合到三角形三個頂點的距離相等的外心放在最後，但因為經過三節課的探討和制作 SCRATCH 的動畫而且同學可能已經忘記了這條問題，所以第四節課便立刻解決這個問題，讓這計劃能做到首尾付應，而同學會較容易解決問題。

四. 實踐能力與創新精神

利用編程的思考方法應用到幾何證明，本計劃會先在證明過程時主要集中在描述和發現的部份(思考方法)，而實踐和修正(證明過程)會留在學生自行完成，這樣是希望同學們能多方面思考，利用同一個發現能做到不同的證明過程。

例 2：如圖，I 為 $\triangle ABC$ 的內心，且 $\angle ABC=50^{\circ}$ ， $\angle ACB=30^{\circ}$ ，求

$\angle BIC$ 的度數。

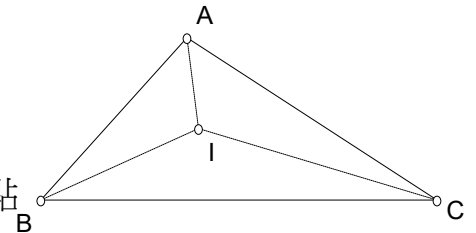
解：描述、發現：

a. I 是內心，是三角形三個內角的角平分線的交點

b. $\angle ABC+\angle ACB=50^{\circ}+30^{\circ}$

c. $\angle IBC+\angle ICB=0.5*(\angle ABC+\angle ACB)$

d. $\triangle IBC$ 的內角和為 180°



實踐、修正：

解題過程由學生自行完成。

在實踐幾何證明時學生可以用多種證明的方法，所以變化多變而且能培訓學生的思考方法。

參考文獻

張奠宙、張廣祥(2008). 中學代數研究. 高等教育出版社. 北京.

李忠海、王家鏞(2006). 代數課程研究. 科學出版社. 北京.

維基百科.

相關教材

義務教育教科書。八年級上冊(人民教育出版社)(2013)。北京。

陽光學業評價。八年級上冊(廣州出版社)(2016)。廣州。