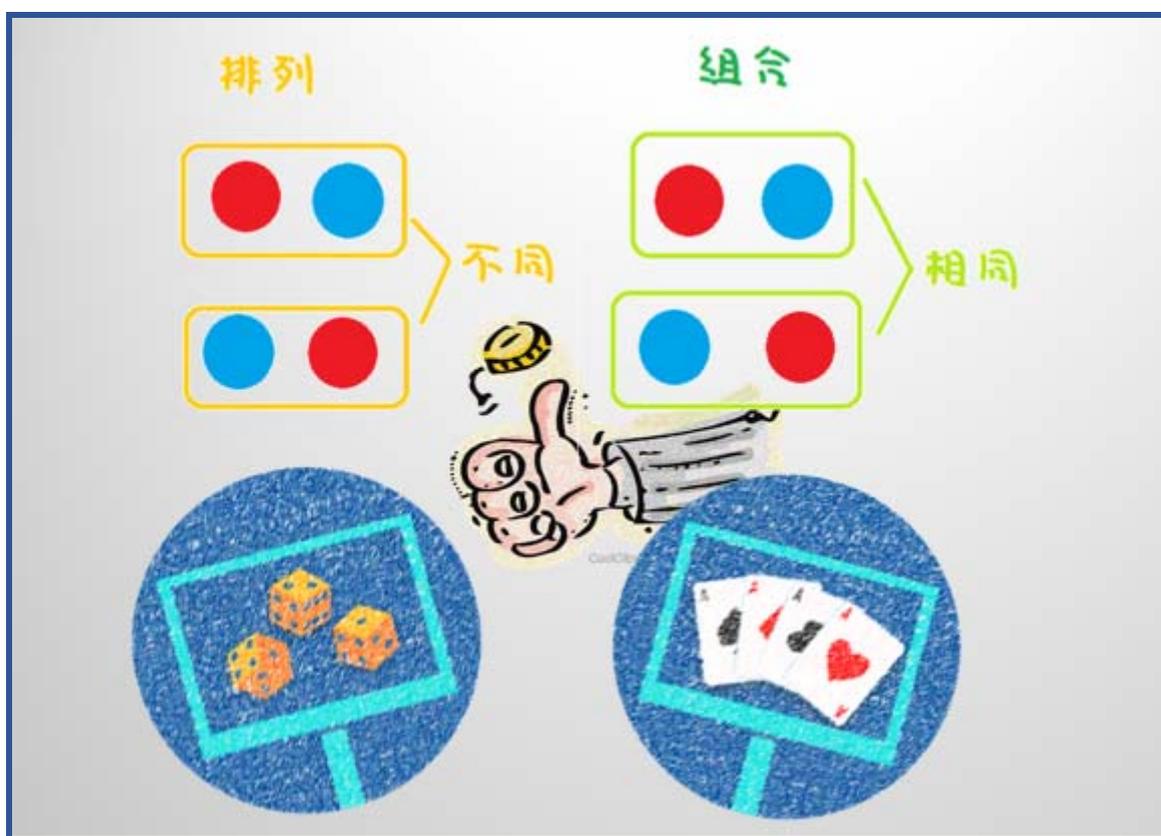


2020/2021 學年教學設計獎勵計劃

高三複習(以四校聯校為主)

——排列、組合與概率



參賽編號：C082

科目：數學

實施年級：高三

前言

華羅庚先生在《中國青年》發表《學與識》的文章中，根據他多年積累的治學經驗，提出“厚薄讀書法”，這給了我們一個啟示：高三的學生實實在在的讀了十幾年書了，他們所學到的知識，無論是從老師身上學到的，或是從生活體驗中獲得的，都已經把書讀了“厚”了，就像武俠小說裡的「少俠」，內功已經練到一定程度，就差一位「高手」來指點他們，幫助他們打通任督二脈，而老師就是擔當這「高手」的角色，協助學生把歷年學得的知識梳理歸納、提煉精華、消化吸收、總結經驗，把知識「厚入薄出」，從而能融會貫通。

排列、組合及古典概率是一個重要的考點，然而，隨著高三複習的開展，發現同學都經歷這樣的尷尬：知識點一聽就懂、一看就會，但解題時卻一做就錯，有時更一錯再錯。故本複習課的設計，是要「填補」學生在知識體系中的漏洞，「修正」邏輯思維認知方面的偏差，著重協助同學們掌握該內容的概念，並能認真審題和準確解題。

雖然知識點要點點到位，但是重點知識更要重點複習，所以我們主要以四校聯考的題型和層次為複習的導向，總結答題思路和出題規律，以快、準為複習的手段，務求令學生能快速地從複習的題海裡游上岸。

目次

前言.....	i
目次.....	ii
教學進度表.....	iii
課題及對應的基本學力要求.....	iv
教學計劃內容簡介.....	1
一. 教學目標.....	1
二. 設計創意和特色.....	1
三. 教學用具.....	2
教案.....	3
一. 計數原理、排列與組合的複習課(第一、二課時).....	3
二. 古典概率複習課(第一課時).....	16
三. 古典概率複習課(第二課時).....	22
四. 排列、組合、概率的綜合練習課.....	27
五. 活動課——齊齊來找碴.....	32
試教評估與反思建議.....	36
參考文獻.....	41
附錄(課堂照片).....	42
附件：複習學案、教學 PPT	

教學進度表

課題	課題內容	授課時間	課時
計數原理、排列與組合的複習課	<ol style="list-style-type: none"> 1. 理解分類加法計數原理和分步乘法計數原理，能正確區分“類”和“步”； 2. 利用兩個原理解決一些簡單的實際問題； 3. 能掌握排列和組合的概念，能正確區分“排列”或“組合”問題； 4. 能掌握排列數、組合數公式的計算技能； 5. 能熟練應用排列組合問題常見的解題方法和技巧解決基本的實題問題。 	2021-3-9	2
古典概率複習課	<ol style="list-style-type: none"> 1. 理解等可能事件的概率的意義，會用排列、組合公式計算一些等可能事件的概率； 2. 瞭解互斥事件與相互獨立事件的意義，會用互斥事件的概率加法公式與相互獨立事件的概率的乘法公式計算一些事件的概率 	2021-3-10	1
	<ol style="list-style-type: none"> 1. 會利用 n 次獨立重複試驗中某事件恰好發生 k 次的概率公式進行計算； 2. 能夠分辨和計算不同的概率題型。 	2021-3-11	1
排列、組合、概率的綜合練習課	排列、組合、概率的綜合練習	2021-3-12	1
	活動課——齊齊來找碴	2021-3-15	1

課題及對應的基本學力要求

課題	基本學力要求	
	學力編號	相對應之文字表述
計數原理、排列與組合的複習課 (第一、二課時)	C-3-1	理解分類加法計數原理和分步乘法計數原理；
	C-3-2	能用分類加法計數原理與分步乘法計數原理分析並解決一些簡單的實際問題；
	C-3-3	理解排列、排列數的概念；瞭解排列數公式的推導；
	C-3-4	掌握排列數公式及其變式，並能用排列數進行相關計算；
	C-3-5	瞭解解決有限制條件的排列應用題的一些常用方法，並能解決一些簡單的排列應用題；
	C-3-6	理解組合、組合數的概念，理解組合與排列之間的聯繫與區別；
	C-3-7	掌握組合數公式，瞭解並能運用組合數的兩個性質；
	C-3-8	瞭解解決組合應用題的一些常用方法，並能解決一些簡單的組合應用題；
	E-1-3	能對所學知識進行分類與總結，建立數學知識之間的聯繫；
古典概率複習課 (第一、二課時)	C-1-1	瞭解基本事件的意義，理解事件加法和乘法的意義；
	C-1-2	會用已學的排列組合知識計算一些隨機事件所含的基本事件數；
	C-1-3	理解古典概型及其概率計算公式；
	C-1-4	瞭解兩個互斥事件的概率加法公式；
	C-1-5	在具體情境中，瞭解條件概率和兩個事件相互獨立的概念。
	E-1-1	積極參與觀察、操作、歸納、猜想、驗證等數學活動，能表達、交流自己的思維過程
	E-1-3	能對所學知識進行分類與總結，建立數學知識之間的聯繫
	E-1-5	能在探究活動中，傾聽和與人合作，並尊重他人的觀點；
排列、組合、概率的綜合練習課 (第一、二課時)	E-1-1	積極參與觀察、操作、歸納、猜想、驗證等數學活動，能表達、交流自己的思維過程
	E-1-3	能對所學知識進行分類與總結，建立數學知識之間的聯繫
	E-1-5	能在探究活動中，傾聽和與人合作，並尊重他人的觀點；
	E-1-6	能克服數學解決問題中所遇到的困難，增強數學學習的信心，養成慎密思考的習慣和實事求是的態度

教學計劃內容簡介

一、教學目標

1. 知識技能

- (1)能掌握分類加法計數原理和分步乘法計數原理，能正確區分“類”和“步”；
- (2)能理解排列和組合的概念，並掌握排列數、組合數公式的計算技能；
- (3)能正確區分“排列”或“組合”問題，並應用排列組合問題中常見的解題方法和技巧解題；
- (4)瞭解互斥事件與相互獨立事件的意義，會用互斥事件的概率加法公式與相互獨立事件的概率的乘法公式計算一些事件的概率；
- (5)能正確分辨何者是 n 次獨立重覆試驗的題型；並會利用 n 次獨立重複試驗中某事件恰好發生 k 次的概率公式進行計算；
- (6)能透過分類討論策略、轉化與化歸思想的應用，將實際問題合理、正確地轉化成數學問題，以助解決排列、組合和古典概率這類的試題。

2. 能力目標

透過本單元的複習，令同學能對完成排列組合概率的歷年四校聯考的試題和模擬試題，並不斷加強反思，發現自己“哪些學習方法是正確的，哪些是錯誤的”、“哪些地方做得比較好，哪些地方可以做得更好”，從而獲得更大的學習力的提升和自信心；

3. 情感、態度、價值觀

希望透過是次單元複習的各個知識點的解題訓練，讓學生能類比和歸納出個人的解題技巧，以及通過分組討論，讓同學能互相激發，達到同儕相長的效果。

二、設計創意和特色

1. 一題多解：解決排列組合問題的基本方法多樣、思路靈活，沒有所謂“一定好的思路”，關鍵是學生要找到“能想到的思路”，而有些簡單的概率題目，既可以用窮舉法、樹狀法，又可以用排列組合的技巧，求出所有的情況。筆者透過集合同學和老師的不同解題方法，讓同學們拓寬解題思路，提升審題能力和思維能力，並累積和歸納出解題經驗，從而縮短解題時間；

2. 多題一解：有一部分的排列組合概率題目，其實大同小異，把這些題目收集起來，讓同學批量完成，從而自行領悟出其差異之處；
3. 複習形式多樣：高三學生迎來考入學試前的最後階段，無可避免要多做題，面對無數多的知識點、技巧策略，以及海量的題目，往往會令人感覺沉悶和麻木，所以筆者安排的這六節複習課時，盡可能做到複習形式多樣：利用 PPT 協助梳理知識概念和講授解題技巧、分組形式讓學生彼此討論和互助、使用 Plickers 手機應用程式即時收集學生的答案，老師即時就答案進行分析及回饋，提升學生的學習效率、進行“齊齊來找碴”的錯題評改活動以增學生對做題的熱情；
4. 分組協作、錯題自糾：將學生作業上常見的錯解，混雜着其他正解的題目，讓學生充當小老師，自己評改評講，像“找碴”一樣，有趣又富挑戰性，能引起學生的學習興趣；另一方面，學生從學習角色的轉變過程中，培養他們自主學習、自主思維的意識和自主糾錯的能力，亦透過分組協作的模式中，組員間互相合作，取長補短，迸發出團結力量的火花，也提升各自自身的思維能力。

三、教學用具

自編複習學案、PPT、Plickers 手機應用程式及二維碼、實物投影設備

教案

課題	計數原理、排列、組合複習課（第一、二課時）	年級	高三級(理)												
教學目標	1. 理解分類加法計數原理和分步乘法計數原理，能正確區分“類”和“步”； 2. 利用兩個原理解決一些簡單的實際問題； 3. 能理解排列和組合的概念，能正確區分“排列”或“組合”問題； 4. 能掌握排列數、組合數公式的計算技能； 5. 能熟練應用排列組合問題常見的解題方法和技巧解決基本的實題問題；														
教學重點	兩個基本計算原理、排列組合概念及基本方法的應用														
教學難點	常見排列組合問題的解題思路分析														
教學過程															
<p>(一) 複一複、概念梳理</p> <p>師：各位同學，今堂課我們會複習排列組合的問題，相信同學們聽到“排列組合”都要頭暈了，說實話，排列組合其實是挺難的一門知識，題型也非常多，但你們也不需要太擔心，因為針對四校聯考的話，考查的都是基本的排列組合問題，常考的題型我們重點複習一下，也不是想像中的困難。</p> <p>師：我們先從最基本的概念開始梳理吧，誰能告訴我，有哪些計數原理？</p> <p>生：加法原理和乘法原理。</p> <p>師：答對了，加法原理即是分類計算原理，而乘法原理就是分步計數原理。</p> <p>在黑板上板書：</p> $\text{計數原理} \begin{cases} \text{加法原理：分類} \\ \text{乘法原理：分步驟} \end{cases}$ <p>師：在實際作計數的過程中，我們要掌握應用這兩個原理，即如何將事物作分類、分步驟，以助於去計算事物的個數，我們來回顧一下這它們的概念。</p> <p><i>Powerpoint 上演示：</i></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;"></th> <th style="width: 40%; text-align: center;">加法原理</th> <th style="width: 45%; text-align: center;">乘法原理</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">條件</td> <td>完成一件事，有n類方法，在第1類方法中有m_1種不同的方法，在第2類方法中有m_2種不同的方法，\dots，在第m類方法中有m_n種不同的方法</td> <td>完成一件事需，要n個步驟，在第1個步驟中有m_1種不同的方法，在第2個步驟中有m_2種不同的方法，\dots，在第m個步驟中有m_n種不同的方法</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">結論</td> <td>完成這件事共有$N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$種不同的方法</td> <td>完成這件事共有$N = m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$種不同的方法</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">記憶方法</td> <td>“類”間互相獨立，用加</td> <td>“步”間互相依存，用乘</td> </tr> </tbody> </table>					加法原理	乘法原理	條件	完成一件事，有 n 類方法，在第1類方法中有 m_1 種不同的方法，在第2類方法中有 m_2 種不同的方法， \dots ，在第 m 類方法中有 m_n 種不同的方法	完成一件事需，要 n 個步驟，在第1個步驟中有 m_1 種不同的方法，在第2個步驟中有 m_2 種不同的方法， \dots ，在第 m 個步驟中有 m_n 種不同的方法	結論	完成這件事共有 $N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ 種不同的方法	完成這件事共有 $N = m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ 種不同的方法	記憶方法	“類”間互相獨立，用加	“步”間互相依存，用乘
	加法原理	乘法原理													
條件	完成一件事，有 n 類方法，在第1類方法中有 m_1 種不同的方法，在第2類方法中有 m_2 種不同的方法， \dots ，在第 m 類方法中有 m_n 種不同的方法	完成一件事需，要 n 個步驟，在第1個步驟中有 m_1 種不同的方法，在第2個步驟中有 m_2 種不同的方法， \dots ，在第 m 個步驟中有 m_n 種不同的方法													
結論	完成這件事共有 $N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ 種不同的方法	完成這件事共有 $N = m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ 種不同的方法													
記憶方法	“類”間互相獨立，用加	“步”間互相依存，用乘													

師：兩個原理的區別在於加法原理針對“分類”問題，其中各種方法相互獨立，用其中任何一種方法都可以做完這件事，而分步乘法計數原理針對“分步”問題，各個步驟相互依存，只有各個步驟都完成了才算完成這件事。

師：大家一起看工作紙的第1題，這道題有三個小問，請問分別可用甚麼計數原理算出不同的選法種數呢？

書架上有不同的語文書10本，不同的英文書7本，不同的數學書5本，

a) 任選一本閱讀，不同的選法有_____種；

b) 若從中選語文、英文、數學書各一本閱讀，不同的選法有_____種；

c) 任取兩本不同類型的書本閱讀，不同的選法有_____種。

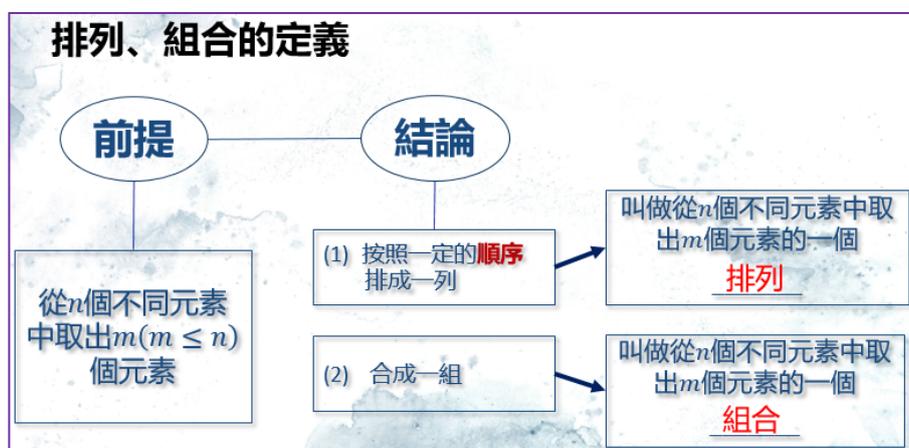
生：小題(a)是按類取書，每一類的書有不同的選擇，所以用加法原理可知任選一本，不同的選法有 $10+7+5=22$ 種，小題(b)是要分步驟進行的，用乘法原理可得不同的選法有 $10\times 7\times 5=350$ 種。

生：小題(c)要先分類，每一類都要分步取書，所以任取兩本不同類型的書本閱讀，不同的選法有 $10\times 7+7\times 5+10\times 5=155$ 種。

師：加法原理着重於如何將事情做適當的分類，乘法原理的精神在於分好完成事情的一連串步驟，大家要進行正確分類、分步，並且要檢驗是否有重複或遺漏。然而，對於較複雜問題，可以綜合應用這兩個原理，可以先分類，在某一類中再分步，也可先分步，在某步中再分類。

師：這兩個原理是計數的基礎，也是求解排列、組合問題的基本思想方法。現在，我們再複習一下排列和組合的定義。

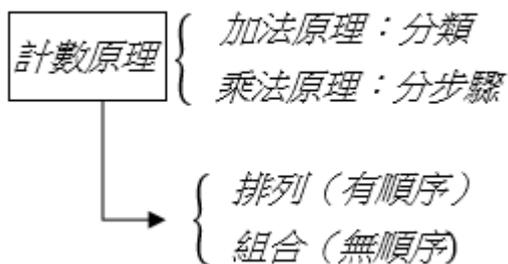
Powerpoint 上演示：



師：排列和組合兩個概念的區別在哪？

生：元素之間與順序有關的是排列，與順序無關的是組合。

在黑板上板書：



師：我們再看排列數和組合數的定義、公式和性質

Powerpoint 上演示：

	排列數	組合數
定義	從 n 個不同元素中取出 $m(m \leq n)$ 個元素的所有 不同排列 的個數， 記作 A_n^m	從 n 個不同元素中取出 $m(m \leq n)$ 個元素的所有 不同組合 的個數， 記作 C_n^m
公式	$A_n^m = n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)$ $= \frac{n!}{(n-m)!}$	$C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)}{m!}$
性質	$A_n^n = n!$ ，規定 $0! = 1$	$C_n^m = C_n^{n-m}$ ， $C_n^m + C_n^{m-1} = C_{n+1}^m$ $C_n^0 = 1$ ， $C_n^1 = n$
備註	$m, n \in N^*$ ，且 $m \leq n$	

師：大家看工作紙第2題，你們快算一算，熱下身。

Powerpoint 上演示：

排列數、組合數的定義、公式和性質

算一算，熱熱身

排列數與組合數的簡單計算：

(1) 對於滿足 $n \geq 13$ 的正整數 n ， $(n-5)(n-6) \dots (n-12) = (C)$

A. A_{n-12}^7 B. A_{n-5}^7 C. A_{n-5}^8 D. A_{n-5}^{12}

(2) 速算： $A_7^3 = 210$ ； $A_{10}^3 = 720$ ； $A_6^0 = 720$ $6! = 6 \times 5! = 720$
 $5! = 120, 4! = 24$

(3) 速算： $C_7^2 = 21$ ； $C_7^2 = C_7^5 = 21$ ； $C_6^0 = 1$ ； $3! = 6, 2! = 2$
 $C_{50}^{48} = 1225$ ； $C_{19}^2 + C_{19}^3 = 1140$

(4) 已知 $A_{2n+1}^4 = 140A_n^3$ ，求 n 的值。
注意含有排列類或組合數的方程都是在某個正整數範圍內求解。

師：在排列數、組合數計算過程要注意階乘的運算及組合類性質的運用，第(4)題留為功課，注意，方程中的 n 有甚麼要求？

生： $n \in N^*$

師：對了，要注意解含有排列類或組合數的方程時，都是在某個正整數範圍內求解的。

師：我們現在切入重點了，解排列組合的應用問題，怎麼區分排列問題和組合問題？

生：元素之間與順序有關的是排列問題，與順序無關的是組合問題。

那麼，我們一起看工作紙第3題，我們先不解題，試判斷這兩個小題是排列問題還是組合問題。

生：第(1)小題是選人參加比賽，與順序無關，是組合問題；第(2)小題是數字問題，數字在不同的位數上代表不同的數值，與順序有關，所以是排列問題。

Powerpoint 上演示：

(1) 從 3 名男生和 4 名女生中隨機地選出 3 人參加歌唱比賽，且至少有 1 名女生入選，不同的選法有 _____ 種。 (2017 四校)

選人參加比賽，沒有順序，是組合問題

(2) 用 1 到 9 這九個數字，組成沒有重複數字的三位數，其中奇數的個數為 () (2018 四校)

A. 504 B. 280 C. 224 D. 729 E. 720

有順序，是排列問題，元素不能重複

師：那麼，你們算一下兩題的答案吧。

Powerpoint 上演示：

(1) 從 3 名男生和 4 名女生中隨機地選出 3 人參加歌唱比賽，且至少有 1 名女生入選，不同的選法有 **34** 種。 (2017 四校)

選人參加比賽，沒有順序，是組合問題

非常敏感的關鍵詞，可分兩類：
(1) 1女2男
(2) 2女1男
(3) 3女

解：可分成三類

(1) 1名女生2名男生，有 $C_4^1 \cdot C_3^2$ 種選法

(2) 2名女生1名男生，有 $C_4^2 \cdot C_3^1$ 種選法

(3) 3名女生，有 C_4^3 種選法

根據加法原理，共有 $C_4^1 \cdot C_3^2 + C_4^2 \cdot C_3^1 + C_4^3 = 34$ 種選法

師：這道題，大家有問題嗎？

生：老師，我的方法跟你不同，比你的方法更便捷，但算出來的答案是一樣的。

師：請你說出你的解題方法呀。

生：我用排除法的，先計算從 7 人中任選 3 人的選法種數，再減去全是男生的選法種數

$$C_7^3 - C_3^3 = 34 \text{種}$$

師：這是個好方法，先計出所有選法的種數，再減去不符合題意的選法種數，正難則反，是解

決排列組合問題裡常用的方法。排列組合問題沒有固定的解法，按自己的思路走，不管黑貓白貓，抓到老鼠就是好貓了。

Powerpoint 上演示：

(2) 用 1 到 9 這九個數字, 組成沒有重複數字的三位數, 其中奇數的個數為 () (2018 四校)

A. 504 B. 280 C. 224 D. 729 E. 720

有順序, 是排列問題, 元素不能重複

該三位數要求是奇數, 則個位只能是 1、3、5、7、9, 一共 5 種情況

解: 9 個數字當中有 5 個為奇數, 要取在個位上, 有 5 種情況,
 剩下數字共 8 個, 有順序, 不重複的選 2 個排在十位和百位上, 有 A_8^2 種情況,
 故奇數的個數為 $5 \cdot A_8^2 = 280$ 個
 選 B

師：這兩道小題都是四校聯校的考題，大家有沒有發現，其實都不難，考查的都是簡單的題型和基本的方法技巧，所以接下來，我們盤點一下，排列組合的題目有哪些基本方法？

生：有捆綁法、插空法、隔板法、排除法....

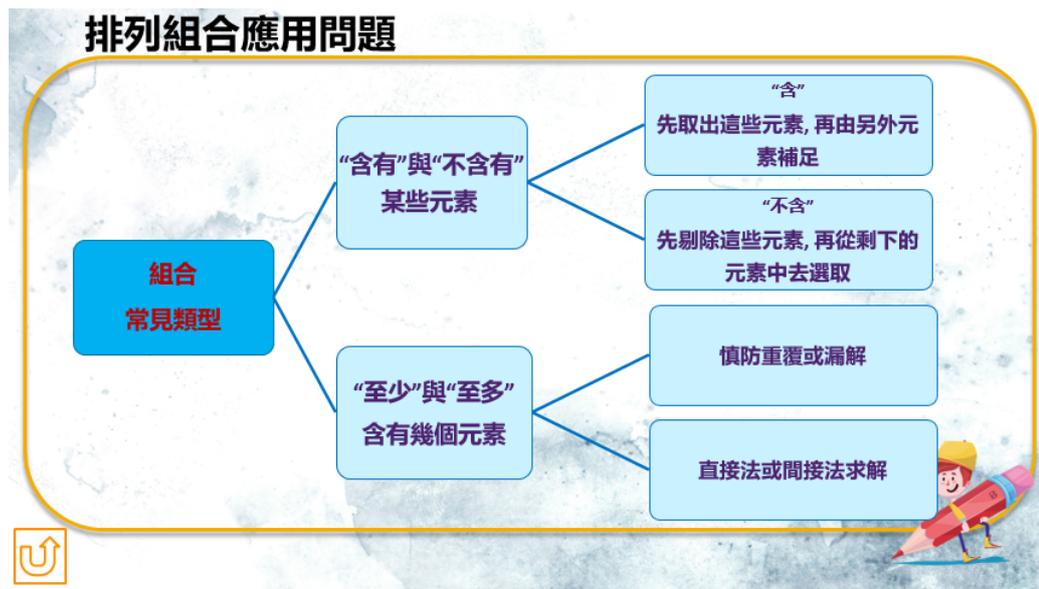
師：都很好，說出了大概了。

Powerpoint 上演示：



師：剛才那道題已用過直接法、間接法和優先法了，至於相鄰問題，一般先用捆綁法，不相鄰問題就用插空法。而組合問題也有以下的兩類常見題型。

Powerpoint 上演示：



師：我們來看一看第 4 題和第 5 題。

(二) 講一講、典例分析

[典例 1] 3 名女生和 5 名男生按下列要求排成一排，各有多少種排法？

- (1) 若女生全排在一起
- (2) 若女生都不相鄰
- (3) 若女生不站兩端
- (4) 其中甲必須排在乙左邊(可不鄰)
- (5) 其中甲不站最左邊，乙不站最右邊

分析：排隊問題與順序有關，是排列問題

解：(1) (捆綁法)

先將 3 名女生捆綁在一起，看成一個整體，考慮其順序，有 A_3^3 種情況，
3 名女生的整體，與 5 名男生合在一起有 6 個元素，進行全排列，有 A_6^6 種情況，
故由分步計數原理得不同的排法有 $A_3^3 \cdot A_6^6 = 4320$ 種

(2) (插空法)

先排 5 名男生，有 A_5^5 種排法，
這 5 名男生之間和兩端有 6 個位置，從中選取 3 個位置排女生，有 A_6^3 種排法，
故由分步計數原理得不同的排法有 $A_5^5 \cdot A_6^3 = 14400$ 種

(3) (優先法)

方法一：位置優先法

因為兩端不排女生，只能從 5 名男生中選 2 人排，有 A_5^2 種排法，

剩餘的位置沒有特殊的要求，有 A_6^3 種排法，

故由分步計數原理得不同的排法有 $A_5^2 \cdot A_6^3 = 14400$ 種

方法二：元素優先法

從中間 6 個位置選 3 個安排女生，有 A_6^3 種排法，

其餘位置無限制，有 A_5^3 種排法，

故由分步計數原理得不同的排法有 $A_6^3 \cdot A_5^3 = 14400$ 種

(4) 8 名學生的全排列共有 A_8^8 種排法，

其中甲在乙的左邊與乙在甲的左邊的情況各佔一半，

因此，符合要求不同的排法有 $\frac{1}{2} \times A_8^8 = 20160$ 種

(5) (間接法)

8 名學生的全排列共有 A_8^8 種排法，

不符合條件的有：甲在最左邊時，有 A_7^7 種排法；乙在最右邊時，有 A_7^7 種排法，

注意，不符合條件的兩個情況裡，都包含了甲在最左邊，同時乙在最右邊的情況，有 A_6^6 種排法，

故不同的排法有 $A_8^8 - 2 \cdot A_7^7 + A_6^6 = 30960$ 種

[典例 2] 某市工商局對 35 種商品進行抽樣檢查，已知其中有 15 種假貨，

現從 35 種商品中選取 3 種，

(1) 其中某一種假貨必須在內，不同的取法有多少種？

(2) 其中某一種假貨不能在內，不同的取法有多少種？

(3) 恰有 2 種假貨在內，不同的取法有多少種？

(4) 至少有 2 種假貨在內，不同的取法有多少種？

(5) 至多有 2 種假貨在內，不同的取法有多少種？

分析：從商品中抽樣檢查，選取時與順序無關，是組合問題。

解：(1) 從餘下的 34 種商品中，選取 2 種，有 $C_{34}^2 = 561$ 種取法，

故某一種假貨必須在內的不同取法有 561 種

(2) 剔除某一種假貨，從餘下的 34 種可選商品中，選取 3 種，有 $C_{34}^3 = 5984$ 種取法，

故一種假貨不能在內的不同取法有 5984 種

(3) 先從 15 種假貨中選取 2 種，有 C_{15}^2 種取法，

再從 20 種真貨中選取 1 種，有 C_{20}^1 種取法，

故由乘法原理得恰有 2 種假貨在內，不同取法有 $C_{15}^2 \cdot C_{20}^1 = 2100$ 種

(4) 可分兩類：

2 假 1 真 \rightarrow 不同選法有 $C_{15}^2 \cdot C_{20}^1$ 種；3 假 0 真 \rightarrow 不同取法有 C_{15}^3 種，

故由加法原理得至少有 2 種假貨在內，不同取法有 $C_{15}^2 \cdot C_{20}^1 + C_{15}^3 = 2555$ 種

(5) 方法一：直接法

可以分三類：

2 假 1 真 \rightarrow 有 $C_{15}^2 \cdot C_{20}^1$ 種取法；1 假 2 真 \rightarrow 有 $C_{15}^1 \cdot C_{20}^2$ 種取法；0 假 3 真 \rightarrow 有 C_{20}^3 種取法

故由加法原理得至多有 2 種假貨在內，不同取法有 $C_{15}^2 \cdot C_{20}^1 + C_{15}^1 \cdot C_{20}^2 + C_{20}^3 = 6090$ 種

方法二：間接法

35 件商品中任選 3 種，不同的取法有 C_{35}^3 種，

不符合題意(3 件都是假貨)，不同的取法有 C_{15}^3 種，

故至多有 2 種假貨在內，不同取法有 $C_{35}^3 - C_{15}^3 = 6090$ 種

(註：這兩道題是師生共同完成的，對於典例 1，因為第(1)(2)(3)小題相對簡單，老師稍作引導，學生很快就說出答案來，第(4)小題稍為陌生，學生不太有想法，但老師講解後就秒懂了，第(5)小題解題方法很多，可以針對元素特殊優先處理，也可針對位置特殊優先處理，不過，學生們較多往用排除不符合題意的方向去想，但基本上都掉坑了，因為他們忽略了減掉的數目裡，都包含了甲在最左邊，同時乙在最右邊的情況，換句話就是減多了，所以提醒他們要把多減掉的數目加回來；

對於典例 2，第(1)(2)(3)小題也是相對簡單的，同學們基本上都很快把式子列出來，只是在計算數值花了較多時間，第(4)小題由老師直接講，第(5)小題基本上學生受到第(4)小題的引導，學生們都用了直接法分 3 類，後來有些同學覺得太麻煩而“覺悟”了，逆向思維，先計出任選下的取法總數，再減去不符合題意的就可以了。)

因為是連堂，所以無法先從作業中檢視他們對課題的理解程度和題型的掌握情況，因此，小息後採取了分組學習的方式，按平常分組的方法分組，同儕間互相討論，一起解題。

(三) 做一做、綜合訓練

先給予學生 15 分鐘時間做工作紙上的第 6~11 題，然後以加分方式鼓勵學生答題；

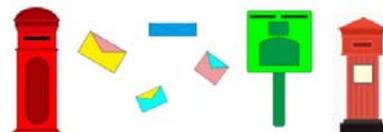
第 12 和 13 題是考查分組分配問題，對學生來說較為困難，由老師講解。

計數原理、排列、組合複習課工作紙

6. 將 4 封信投入 3 個郵筒，不同的投法有_____種？（需列式）

分析：本題考查分步乘法計數原理

解：每封信都有 3 種不同的投法，故 4 封信共有 $3^4 = 81$ 種投法。



詳解:可視作為“給信選郵筒”

第一步投第一封信，可以在 3 個郵筒中任選一個，因此有 3 種投法，

第二步投第二封信，同樣有 3 種投法，

第三步投第三封信，也同樣有 3 種投法，

第四步投第四封信，仍同樣有 3 種投法，

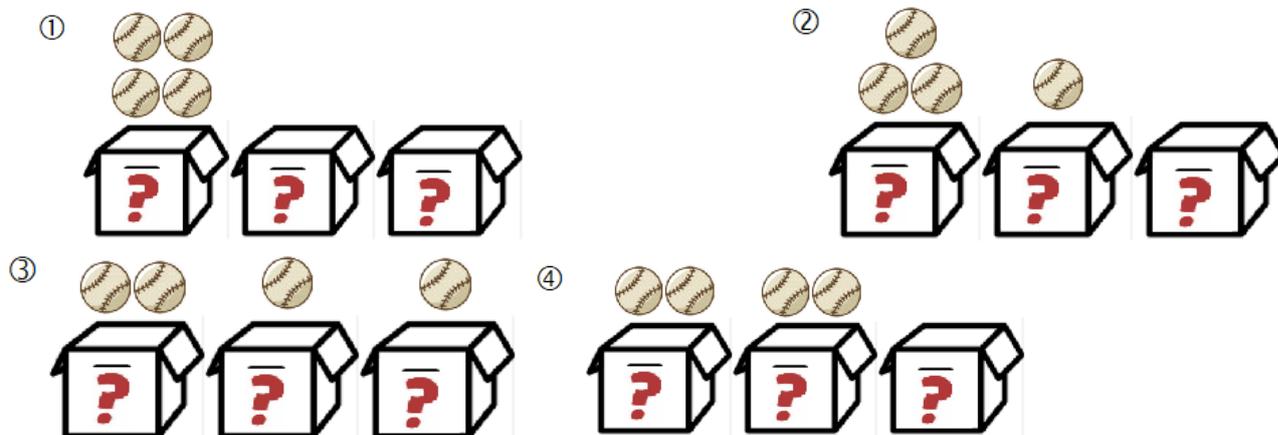
故由分步乘法計數原理知，不同的投法有 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$ 種

（請道題最常答錯的，學生經常分不清是 3^4 還是 4^3 ，要讓學生清楚知道信才是主導的，它可以選擇投入哪個郵筒）

7. 將 4 個相同的球放入放入 3 個不同的盒子裡，
不同的放法有_____種？（需列式）

分析：本題考查排列問題的計數原理與綜合應用

解：因為球相同，所以可將問題視作為 3 個不同的盒子裡所放的球的數量不同來分析，
設 3 個不同的盒子分別為 A,B,C，可分 4 類：



第 1 類，4 個球全放到同一個盒子裡，這樣的分法有 A_1^1 種，

第 2 類，3 個球放同一個盒子裡，另 1 個球放另 1 個盒子裡，這樣的分法有 A_2^2 種，

第3類，2個球放同一個盒子裡，另外2個球各放在不同的盒子裡，這樣的分法有 A_3^2 種，
 第4類，2個球放同一個盒子裡，另外2個同在另一個盒子裡，這樣的分法有 A_3^1 種，
 故由加法原理，不同的放法有 $A_3^2 + A_3^2 + A_3^1 + A_3^1 = 15$ 種

8. 有2男孩及3女孩到課室上課,他們在課室佔了一行5座位。如果2個男孩要坐在一起,問總共有多少個可能排座的方法?()(四校模擬試題)
 A.12 B.24 C.36 D.48 E.以上皆非

分析：本題考查捆綁型排列問題。

解：(1)先將兩個男孩捆綁在一起，看成一個整體，考慮其順序，有 A_2^2 種情況，

(2)兩個男孩的整體與三個女孩進行全排列，有 A_4^4 種情況，

故由分步計數原理得總共的排座方法有 $A_2^2 \cdot A_4^4 = 48$ 種

選 D



9. 男運動員6名，女運動員4名，其中男、女隊長各1名。現選派5人外出參加比賽，隊長中至少1人參加的選派方法有多少種?()(四校模擬試題)
 A.56 B.126 C.140 D.196 E.以上皆非

分析：本題考查“至少含有幾個元素”型組合問題。

解：方法一：直接法

由題意可分為三類：

“只有男隊長”→有 C_8^4 種選法；

“只有女隊長”→有 C_8^4 種選法；

“男、女隊長都入選”→有 C_8^3 種選法

故由加法原理知，隊長中至少1人參加的選派方法有 $C_8^4 + C_8^4 + C_8^3 = 196$ 種

方法二：間接法

從10人中任選5人，有 C_{10}^5 種選法，

不符合題意(5人都不是隊長)，有 C_8^5 種選法，

故至多有2種假貨在內，隊長中至少1人參加的選派方法有 $C_{10}^5 - C_8^5 = 196$ 種

選 D

10. 把 5 件不同的產品擺成一排，若產品 A 與產品 B 相鄰，且產品 A 與產品 C 不相鄰，則不同的擺法有_____種。（需列式）

分析：本題考查捆綁法和插空法的綜合應用

解：記其餘兩種產品為 D、E，

第一步，將 A、B 捆綁在一起，視為一個元素，先與 D、E 進行排列，有 $A_3^3 \cdot A_2^2$ 種擺法，

第二步，將 C 插入，第 1 步的每種排列均只有 3 個空位可選，

故不同的擺法共有 $A_3^3 \cdot A_2^2 \times 3 = 36$ 種

11. “中國夢”的英文翻譯為“ChinaDream”，其中 China 又可以簡寫為 CN，從“CNDream”中取 6 個不同的字母排成一排，含有“ea”字母組合(順序不變)的不同排列共有()
A.360 種 B.480 種 C.600 種 D.720 種

分析：考查排列組合的綜合問題

解：先選，後排

除去 ea 外，從其他 5 個字母中任取 4 個，有 C_5^4 種選法，

把選出來的 4 個字母，與“ea”進行全排列，有 A_6^6 種排法，

故不同的排列方法有 $C_5^4 \cdot A_6^6 = 600$ 種

選 C

12. 若將 6 名教師分到 3 所中學任教，一所 1 名，一所 2 名，一所 3 名，則不同的分法有_____種。（需列式）

分析：考查排列組合的綜合問題

解：先分組，後分配

(1)先把 6 名教師分組，分三步完成：

第 1 步，在 6 名教師中任取 1 名作為一組，有 C_6^1 種分法，

第 2 步，在餘下的 5 名教師中任取 2 名作為一組，有 C_5^2 種分法，

第 3 步，餘下的 3 名教師作為一組，有 C_3^3 種分法，

根據分步乘法計數原理，有不同的分組方法有 $C_6^1 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3 = 60$ 種

(2)將這 3 組教師分配到 3 所中學，有 $A_3^3 = 6$ 種分法

故不同的分法有 $60 \times 6 = 360$ 種

13. 將 6 本不同的書分給甲、乙、丙、丁 4 個人，

每人至少 1 本的不同分法共有_____種。(需列式)

分析：考查排列組合的綜合問題

解：先分組，後分配

(1)先把 6 本不同的書分成 4 組，每組至少 1 本的分法有 2 類：

①有 1 組 3 本，其餘 3 組每組 1 本，不同的分法共有 $\frac{C_6^3 C_3^1 C_2^1 C_1^1}{A_3^3} = 20$ 種，

②有 2 組每組 2 本，其餘 2 組每組 1 本，不同的分法共有 $\frac{C_6^2 C_4^2 \cdot C_2^1 C_1^1}{A_2^2} = 45$ 種，

故由加法原理知，不同的分法有 $20 + 45 = 65$ 種

(2)把分好的 4 組書分給 4 個人，有 $A_4^4 = 24$ 種分法

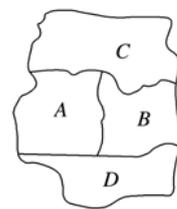
故不同的分法有 $65 \times 24 = 1560$ 種

(四) 練一練、課後鞏固

工作紙第 14~20 題

14. 現用 4 種不同顏色對如圖所示的四個部分進行着色，要求有公共邊界的兩塊不能用同一種顏色，則不同的着色方法共有()種。

A.24 B.30 C.36 D.48



15. 五名學生報名參加四項體育比賽，每人限報一項，則

(1)不同的報名方法有_____種。

(2)獲得冠軍的可能性有_____種。(需列式)

16. 用 1,3,5,9 組成的所有無重複數字四位數的總和是多少？(2019 四校)

A.119988 B.17776 C.19998 D.239976 E.319998

17. 某課外活動小組共 13 人，其中男生 8 人，女生 5 人，並且男、女生各有一名隊長。

現從中選 5 人主持某種活動，依下列條件各有多少種選法？

(1)只有一名女生當選；

(2)兩隊長當選；

(3)至少有一名隊長當選；

(4)至多有兩名女生當選。

18. 一個晚會的節目有 4 個舞蹈，2 個魔術，3 個獨唱，要求舞蹈不能連續出場，則節目的出場順序有_____種。(須列式)
19. 有七名同學站成一排照畢業紀念照，其中甲必須站在正中間，並且乙、丙兩位同學要站在一起，則不同的站法有()
A.240 種 B.192 種 C.96 種 D.48 種
20. 從 0,1,3,5,6,7 這六個數字任取三個不同數字排成一個三位偶數,這樣的偶數有多少個？
[注意：013 只是一個兩位數,而非一個三位數.](四校模擬試題)
A.26 B.36 C.42 D.45 E.以上皆非

板書設計

複習：
計數原理、排列、組合

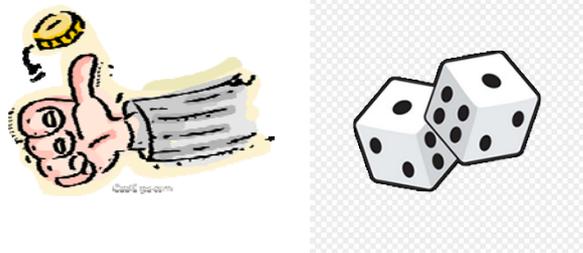


Powerpoint 演示



<<草稿、演算區域>>

教案

課題	古典概率複習課（第一課時）	年級	高三級(理)
教學目標	1. 理解隨機事件的發生存在著規律性和隨機事件的概率的意義 2. 理解等可能事件的概率的意義，會用排列、組合公式計算一些等可能事件的概率； 3. 瞭解互斥事件與相互獨立事件的意義，會用互斥事件的概率加法公式與相互獨立事件的概率的乘法公式計算一些事件的概率		
教學重點	1. 能正確求出隨機事件的基本事件總數和所求事件包含的基本事件數 2. 能掌握計數原理與排列、組合的相關知識		
教學難點	在求基本事件的個數時，要準確理解基本事件的構成情況		
教學過程			
<p>(一)熱熱身、醒醒腦 在此，讓我們依直覺回答以下的問題：</p> <p>抽球</p> <p>1.盒子中有 10 個球，分別是 1 至 7 號的紅球，和 8 至 10 號白球。從中任取一球，求下列各情況的概率：</p> <p>(1) 抽取白球：_____</p> <p>(2)抽取單數紅球：_____</p>			
			
<p>擲硬幣和擲骰子</p> <p>2.試找出下列各情況的概率</p> <p>(1)投擲 1 枚硬幣 1 次，出現正面：_____</p> <p>(2)投擲 1 粒骰子 1 次，點數為 3：_____</p>			
二、抓緊基礎、例題導向			
1.求古典概型的基本步驟：			
(1)算出所有基本事件的個數 n			
(2)求出事件 A 包含的所有基本事件數 m			
(3)代入公式 $P(A) = \frac{m}{n}$ ，求出 $P(A)$			

2.求基本事件數的方法：

- (1)窮舉法：**暴力破解，列舉每一種可能**
- (2)樹狀圖或列表法：**難以用排列組合列式的情況，可以嘗試回歸原始方法，找出所有情況**
- (3)排列組合法：**利用排列組合知識中的分類計數原理和分步計數原理，必須做到不重複不遺漏**

例題

例 1.擲硬幣和擲骰子(加強)

- (1)投擲 1 枚硬幣 2 次，出現一枚正面、一枚反面：_____
- (2)投擲 1 粒骰子 2 次，點數都為奇數：_____
- (3)投擲 2 粒骰子 1 次，點數都為奇數：_____
- (4)投擲 2 粒骰子 1 次，點數和為 8：_____

$$\text{解: (1) } P(\text{正反}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$(2) P(\text{奇奇}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$(3) P(\text{奇奇}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(4)投擲 2 粒骰子 1 次，點數和為 8 的情況有：

(2,6)、(6,2)、(3,5)、(5,3)和(4,4)

$$\text{故 } P(8\text{點數和為}8) = \frac{5}{36}$$

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

以上的題目，同學會較易混淆以下的事情：

1.投擲 1 枚硬幣 2 次，誤以為得三種情況

“正正”、“正反”、“反反”

2.以為“擲 1 粒骰子 2 次”或“擲 2 粒骰子 1 次”的投擲結果

是不同的，認為前者才有“次序”之分

例 2.甲、乙兩人同時獨立地解同一問題，甲解決這個問題的概率是 $\frac{3}{4}$ ，乙解決這個問題的概率是 $\frac{2}{3}$ ，求以下情況的概率

- (1)只有甲解決這個問題：_____
- (2)只有乙解決這個問題：_____
- (3)兩人都未能解決這個問題：_____
- (4)其中至少有一人解決這個問題：_____

$$\text{解: (1) } P(\text{甲}\bar{\text{乙}}) = \frac{3}{4} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{4}$$

$$(2) P(\bar{\text{甲}}\text{乙}) = \left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$(3) P(\bar{\text{甲}}\bar{\text{乙}}) = \left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{12}$$

$$(4) \text{(方法一)} P(\text{至少1人}) = P(\text{甲}\bar{\text{乙}}) + P(\bar{\text{甲}}\text{乙}) + P(\text{甲乙})$$

$$= \frac{3}{4} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) + \left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{11}{12}$$

$$\text{(方法二)} P(\text{至少1人}) = 1 - P(\bar{\text{甲}}\bar{\text{乙}})$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{11}{12}$$

以上的題目，同學會較易混淆以下的事情：

(1)(2)有部分同學忘了要考慮“對方未能解決這個問題”的條件

(3)注意事件的運算：相加、相乘

(4)因為上一節排列組合的複習課,已就有關內容進行了練習,所以本題可以再考核同學對正難則反的題型是否真正掌握。

希望同學能理解題意,及善用快捷的解題方法。

例 2(變式)：三名學生考試不及格的概率分別為 0.2、0.25 及 0.4，求下列各事件的概率：

(1)他們全部考試及格：_____

(2)最少一名學生考試及格：_____

(3)最多兩名學生考試及格：_____

例 3.一個袋子中有 5 個大小相同的球，其中有 3 個黑球與 2 個紅球，如果從中任取兩個球，則恰好取到兩個同色球的概率是多少？

解法 1(窮舉法)

解：設黑球為 B，紅球為 R，則所有的可能情況為：

$(B_1, B_2)(B_1, B_3)(B_1, R_1)(B_1, R_2)$

$(B_2, B_3)(B_2, R_1)(B_2, R_2)$

$(B_3, R_1)(B_3, R_2)$

(R_1, R_2)

共有 10 種情況

其中符合題意的有 4 種。

$$\text{故 } P(\text{恰好取到兩個同色球}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

利用窮舉法列出所有情況，讓同學可知取出的球有次序之別，這樣他們利用排列組合法時，能更清晰其計算式子的含意

解法 2(排列組合法)

P(恰好取到兩個同色球)

=P(恰好取到兩個黑色球)+P(恰好取到兩個紅色球)

$$= \frac{C_3^2}{C_5^2} + \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

如有同學用排列數計算：
$$\frac{A_3^2}{A_5^2} + \frac{A_2^2}{A_5^2} = \frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

因題意要求是“取出”，故應該按“選而不排”即以組合數計算
如果只看兩者的答案的話，後者會以為自己的思維是正確的。
但若選取的情況出現變化時，就會發現問題所在，就以下題為例。

例 3.(變式 1)一個袋子中有 5 個大小相同的球，其中有 3 個黑球與 2 個紅球，如果從中任取 3 個球，則恰好取到兩 2 個黑色球和 1 個紅球的概率是多少？

同學 A：P(取 2 個黑色球和 1 個紅球) = $\frac{C_3^2 \cdot C_2^1}{C_5^3} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

同學 B：P(取 2 個黑色球和 1 個紅球) = $\frac{A_3^2 \cdot A_2^1}{A_5^3} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$

這兩位同學分別用了組合和排列去計算此題，顯然這兩種計法的答案不相同，此時可問全班同學，“為何答案會不同？哪一個才對？”讓同學回應後，老師可再補充及說明其基本事件數，分子、分母的情況必須是不重不漏的，明顯地同學 B 的結果出現問題(可列出一至兩種情況說明)從而讓他們能對其取法所列出的式子，有更清晰的理解。

例 4. 5 人並排坐在一起照像，計算：

- (1)甲恰好坐在正中間的概率；
- (2)甲、乙兩人恰好坐在一起的概率；
- (3)甲、乙兩人恰好坐在兩端的概率；
- (4)甲坐在中間、乙坐在一端的概率。

解：(1) $P(\text{甲坐中間}) = \frac{A_4^4}{A_5^5} = \frac{1}{5}$ ； (2) $P(\text{甲乙坐一起}) = \frac{A_2^2 A_4^4}{A_5^5} = \frac{2}{5}$ ；

(3) $P(\text{甲乙坐兩端}) = \frac{A_2^2 A_3^3}{A_5^5} = \frac{1}{10}$ ； (4) $P(\text{甲中間乙一端}) = \frac{A_2^1 A_3^3}{A_5^5} = \frac{1}{10}$

三、總結思路、問題歸因

以上各題都是先讓同學透過分組協作，在限時內列出式子後，再抽各組的同學在 PPT 寫上答案，讓大家一起討論的。當中也抽取了同學的易犯錯處(已寫於上述的解題內)，老師可就上述情況，讓同學自行分析並講解(可讓幫忙更正的組別，進行講解)。接著再讓同學完成以下的個人作業。

四、分組協作、討論功課

1. 一班 40 名學生中，25 人選修生物，15 人選修地理，12 人兩者皆選修，若隨機從班中選出一位學生，他沒有選修生物及地理的概率是_____
2. 三名學生考試不及格的概率分別為 0.2、0.25 及 0.4，求下列各事件的概率：
 - (1)他們全部考試及格：_____
 - (2)最少一名學生考試及格：_____
3. 一袋中有三枚紅彈珠、四枚黃彈珠及五枚藍彈珠.若從袋中隨機取出三枚彈珠，且已取出的彈珠不被放回，求下列事件的概率：
 - (1)三枚均為藍色彈珠：_____
 - (2)其中最少一枚為紅色彈珠：_____
 - (3)三枚彈珠的顏色皆不相同：_____
4. 擲一枚勻稱的骰子，小麗及小華分別投擲該枚骰子一次。求下列事件的概率：
 - (3)沒有人擲得偶數的點數：_____
 - (4)小麗擲得的點數比小華的大 4 點：_____
5. 三個好朋友同時考進同一所高中，該校高一有 10 個班，則至少有 2 人分在同一班的概率是_____.
6. 4 男 3 女共 7 名同學按下列要求站成一排，分別有多少種不同的站法？
 - (1)男生不站在正中間，女生不站在兩端：_____
 - (2)3 名女生排在一起，且女生不站在兩端：_____
 - (3)3 名女生不排在一起：_____
 - (4)3 名女生各不相鄰，且男生甲不排在排頭和排尾：_____

7. 在同一層中有 10 間房，其中 6 間是有人的，其餘的是空置的，待一男孩隨機進入其中一間房後，隨機選出一間房，則該房是沒有人的概率是_____
8. 將 4 個球隨機放進 3 個空盒，則所有球都在前兩個盒中但不是全在一個盒子裡的概率為多少？
9. 甲擊中目標的概率都是 0.6，若連續射擊三次，求其中恰有一次擊中目標的概率。
10. 甲乙丙三人各射擊一次，三人擊中目標的概率都是 0.6，求其中恰有一人擊中目標的概率和目標被擊中的概率。
11. 譚先生在他抽屜中發現了一些含兩種牌小的電腦磁碟,其中 40%的磁碟是牌子 A。他知道牌子 A 的磁碟全是可用的,而牌子 B 的磁碟有 40%是可用的。(2020 四校)
 - (a)求從這些磁碟中隨機抽出一張可用的磁碟的概率。
 - (b)假設這些磁碟共有 100 張。若從中隨機抽出 2 張,則它們都是可用磁碟的概率是多少?(答案以最簡分數表示)

由於概率較著重概念的掌握和能列出正確的計算，所以功課內的填充題，老師也會要求同學寫出計算的式子，這樣才能知道他們的解題思維是否正確。

教案

課題	古典概率複習課（第二課時）	年級	高三級(理)
教學目標	1. 鞏固相互獨立事件以及獨立重複試驗的概念； 2. 能正確分辨何者是 n 次獨立重複試驗的題型； 3. 會利用 n 次獨立重複試驗中某事件恰好發生 k 次的概率公式進行計算； 4. 能夠分辨和計算不同的概率題型。		
教學重點	1. 會利用 n 次獨立重複試驗中某事件恰好發生 k 次的概率公式進行計算 2. 能辨識和綜合處理不同的概率題型		
教學難點	能夠分辨不同的概率題型，並能運用最簡便的方法，計算正確答案		
教學過程			
<p>(一) 功課回饋 在批改學生功課時(特別注意列式)，會留意同學錯題的原因，派回後提醒及讓同學進行即時批改。也讓同學在這段時間提出疑問。另外詳細的答案也會張貼課室內，讓同學細閱。</p> <p>(二) 概念整理、公式重溫 老師會特別觀察同學完成上面功課第 9，10 題的情況</p> <p>9. 甲擊中目標的概率都是 0.6，若連續射擊三次，求其中恰有一次擊中目標的概率</p> <p>解：$P(\text{恰有1次擊中}) = C_3^1(0.6)(1-0.6)^2 = 0.288$</p> <p>當中發現有幾種情況出現：</p> <p>(1) 式子只有 $(0.6)(1-0.6)^2$</p> <p>(2) C_3^1 以乘以 3 代替了，這樣當選取的不是 1 次時，便會很易出錯</p> <p>(3) 以加法的形式表達：$(0.6)(0.4)(0.4) + (0.4)(0.6)(0.4) + (0.4)(0.4)(0.6)$</p> <p>以上的情況都比較常見，且重點是當同學認為自己的答案正確時，例如(2)(3)答案是對的。便不在仔細聆聽老師說的方法和公式，所以當情況一變或數量較多時，他們便未能正確運用式子計算答案。希望他們有反思，才有進步。</p> <p>10. 甲乙丙三人各射擊一次，三人擊中目標的概率都是 0.6，求其中恰有一人擊中目標的概率</p> <p>此題與第 10 題的式子相同，但其表達的意義卻不同。</p> <p>如第 10 題的題型，就是典型的獨立重複試驗。</p> <p>這時再提問同學對獨立重複試驗的概念和意義。</p>			

n 次獨立重複試驗：

一般的，在相同條件下重複做的 n 次試驗稱為 n 次獨立重複試驗。

強調：(1)獨立重複試驗，是在相同條件下各次之間相互獨立地進行的一種試驗；

(2)每次試驗只有“成功”或“失敗”兩種可能結果。每次試驗“成功”的概率都 p ，“失敗”的概率為 $1-p$ 。

獨立重複試驗概率的計算公式：

在 n 次獨立重複試驗中，如果事件 A 在其中 1 次試驗中發生的概率為 P ，發生的次數那麼在 n 次獨立重複試驗中這個事件恰好發生的 k 次的概率為 $P_n(k) = C_n^k (p)^k (1-p)^{n-k}$

問題以下這些試驗中，何者是獨立重複試驗？

1. 投擲一枚相同的硬幣 5 次，出現 3 次正面向上；**是**
2. 某同學擊中目標射擊的平均概率為 0.7，現進行 4 次射擊，恰好命中 2 次；**是**
3. 口袋內裝有 5 個白球，3 個紅球，2 個黑球，從中抽取 5 個球，恰有 4 個白球；**不是**
4. 口袋內裝有 5 個白球，3 個紅球，2 個黑球，從中有放回的抽取 5 個球，恰有 4 個白球。**是**

若**是**的話，試找出與公式有關的數值。{獨立重複試驗概率的計算公式 $P_n(k) = C_n^k (p)^k (1-p)^{n-k}$

強調： n, k, p 分別所代表什麼數據

快速回答 1. $n = 5, k = 3, p = 0.5, 1 - p = 0.5$

2. $n = 4, k = 2, p = 0.7, 1 - p = 0.3$

4. $n = 5, k = 4, p = 0.5, 1 - p = 0.5$

(三)例題引入、重點整理

以下例題和課堂練習

例 1. 某一射手平均每射擊 10 次擊中 8 次，求這名射手在 10 次射擊中

- ①只有第 8 次擊中的概率；
- ②前 8 次擊中的概率；
- ③恰好 8 次擊中的概率；
- ④至少 8 次擊中的概率。

(這題只要求同學列出式子，不需要計算答案。)

解：① $P(\text{只有第8次中}) = (1-0.8)^7 (0.8)^1 (1-0.8)^2$

如上列式讓基礎較弱的同學也容易理解，之後再提出更快捷的式子 $(0.8)^1 (1-0.8)^9$

$$\textcircled{2} P(\text{前8次中}) = (0.8)^8 (1-0.8)^2$$

$$\textcircled{3} P(\text{恰有8次中}) = P_{10}(8) = C_{10}^8 (0.8)^8 (1-0.8)^2$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} P(\text{至少有8次中}) &= P_{10}(8) + P_{10}(9) + P_{10}(10) \\ &= C_{10}^8 (0.8)^8 (1-0.8)^2 + C_{10}^9 (0.8)^9 (1-0.8)^1 + C_{10}^{10} (0.8)^{10} (1-0.8)^0 \end{aligned}$$

部分同學可能會漏掉 1 種情況，或者把加的運算視作乘。如人數較多，就要再花時間講清楚分類和分步原理。

另外，答案可要求同學課後用計算，讓他們對以上事件出現的概率，有更清晰的認識。

例 2.個袋子中有 5 個大小相同的球，其中有 3 個黑球與 2 個紅球，如果從中任取 1 個球後再放回，則取出 3 球後，恰好取到 2 個黑色球和 1 個紅球的概率是多少？

$$\text{解：} P(\text{取 2 個黑色球和 1 個紅球}) = C_3^2 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^1 = 3 \times \frac{18}{125} = \frac{54}{125}$$

此題是有放回的抽球問題，每次放回後，可視獨立重覆試驗。當中要自行判斷取黑球和紅球的概率。

例 3.如果每門炮的命中率都是 0.6，

- (1) 有 4 門炮同時向目標各發射一發炮彈，求目標被擊中的概率。
- (2) 要保證擊中目標的概率大於 0.99，至少需多少門炮同時發射？

$$\text{解：(1)} P(\text{目標被擊中}) = 1 - (1 - 0.6)^4 = 1 - 0.4^4 = 0.9744$$

(2) 設需 x 門炮同時發射

$$\text{由題意得 } 1 - (1 - 0.6)^x > 0.99$$

$$(0.4)^x < 0.01$$

$$x > \log_{0.4} 0.01 = 5.026$$

故至少需要 6 門炮同時發射，才能保證擊中目標的概率大於 0.99。

- (1) 目標被擊中等於至少有一門炮命中目標，即可以利用所有情況的概率減去全部都不中的概率
- (2) 此題需要利用不等式進行計算，對同學的解題能力要求較高，老師可配合一起完成，因四校不能使用計算器。

本節除了重溫 n 次獨立重覆試驗外，也會進行有關古典概率的基本綜合練習，讓同學能對不同的題型進行判定，並能選用合適的方法進行計算。

三、分組協作、討論功課

1.將一枚均勻硬幣拋擲 5 次，(需要列式及計算結果)

- (1)求第一次、第四次出現正面，而另外三次都出現反面的概率；
 (2)求兩次出現正面，三次出現反面的概率。

為了讓同學專注於審題和列式，其中 2-5 只需要列式

2.澳門的新冠疫苗接種率約為 10%(截至 2021 年 2 月),若隨機抽取 8 名 18 歲的市民，則恰好有 2 名已接種的概率為_____

3.某氣象站天氣預報的準確率為 80%，計算：

- (1)5 次預報中恰有 4 次準確的概率； _____
 (2)5 次預報中至少有 4 次準確的概率。 _____

4.對同一目標獨立地進行四次射擊，至少命中一次的概率為 $\frac{80}{81}$ ，則此射手的命中率為()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

5.有 4 名學生參加體育達標測驗，4 人各自合格的概率分別是 $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{5}$ ， $\frac{1}{6}$ ，求以下的概率：

- (1)四人中至少有二人合格的概率； _____
 (2)四人中恰好只有二人合格的概率。 _____

6.已知一袋有 n 枚球，其中 5 枚是紅球、7 枚是黃球，其餘是白球.現從袋中隨機抽取一枚球，則

這枚球不是黃球的概率為 A. $\frac{7}{n}$ B. $\frac{n-5}{n}$ C. $\frac{n-7}{n}$ D. $\frac{n-12}{n}$

以下的選擇題除了圈出正確的答案外，也需要列出計算的式子

7.從「TREE」及「NAME」兩個字裏，各隨意選取一個字母，則取得兩個相同字母的概率為.

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{3}{16}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

8.從 1，2，3，4 及 5 中隨機選三個數字，組成一個三位數，每個數字只能被選取一次。得到一

個偶數的概率為 A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

9.從五張分別記有數字 1、2、3、4 及 5 的紙卡中，隨機同時抽出兩個數字。則抽出數字之和為 3 的倍數的概率為。A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $\frac{8}{25}$

10.設五條直線的長度分別為 2、6、10、14 及 18 單位。若從中隨機選出三條直線，則它們可構成一個三角形的概率為 A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

11.投擲一枚骰子兩次，並把擲得的點數組成有序對 (x, y) ，其中 x 代表首擲的結果， y 代表次擲的結果，則點 (x, y) 在圓 $x^2 + y^2 = 34$ 內的概率是 A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{11}{36}$

本次作業有兩個目的：1.重溫 n 次獨立重覆試驗的題型，以及能列出正確的式子
2.對各種基礎的古典概率題目，能進行分析判定，所以以上的題目多以填充或選擇題形式進行，務求令同學能快速掌握多種的題型。

教案

課題	排列、組合、概率綜合練習課 1	年級	高三級(理)
教學目標	1. 通過複習，讓學生對排列、組合、概率的知識點進行整合，提高綜合解題能力； 2. 學生建立各知識點的聯繫		
教學重點	培養學生的綜合解題能力及運算能力		
教學難點	提昇學生的綜合解題能力及運算能力		

教學過程

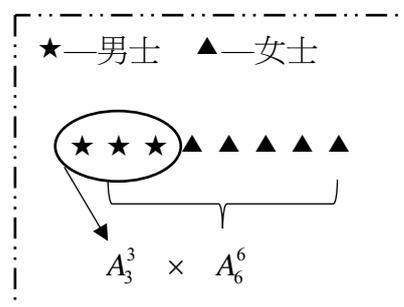
老師按學號發給每一位學生一張二維碼的圖片，然後師生一起做練習，同桌間同學可以互相討論，然後學生可以把自己的答案舉起，老師用手機掃描，把學生的答案投影在電視機上。

◆ 齊來動手做練習：

1. 3 名男士及 5 名女士安排坐成一行。若 3 名男士必須坐在一起，則有()種不同的排列方法

A.720 B.2160 C.4320 D.40320

分析：經典的排列問題，3 名男士坐在一起，排列數是 A_3^3 ，然後將 3 名男士當作一個整體，與 5 名女士一起排列，排列數是 A_6^6 ，故不同的排列方法有 $A_3^3 \times A_6^6 = 4320$ ，答案是 C。



2. 把 6 份不同的文件放置在 3 個相同的櫃子內，若沒有櫃子是空的，則有()種不同的放置方法

A.20 B.90 C.180 D.360

分析：3 個櫃子是相同的，所以沒有次序，是組合；沒有櫃子是空的，所以要把 6 份不同的文件先分組，然後再放進櫃子裡；6 份文件分組方法有：1,1,4、1,2,3 或 2,2,2 這三種，所以不同的放置方法有 $C_6^1 \times C_5^1 \times C_4^4 + C_6^1 \times C_5^2 \times C_3^3 + C_6^2 \times C_4^2 \times C_2^2 = 180$ ，所以答案是 C。



3. 從 1,2,3,4 及 5 中隨機選三個數字，組成一個三位數，每個數字只能被選取一次。得到一個偶數的概率為()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

分析：偶數的個位數是 2 或 4，排列數是 A_2^1 ，然後十位數和百位數沒條件限制，排列數是 A_4^2 ，

分母的排列數是 A_5^3 ，所以得到偶數的概率為 $P = \frac{A_2^1 \times A_4^2}{A_5^3} = \frac{2}{5}$ ，答案是 B。

4. 人類的血型可分為四種：A、B、AB 和 O。下表所示某學校中六級學生的血型分佈：

血型	A	B	AB	O
百分數	25%	25%	10%	40%

若從中隨機選出一名學生，則該名學生是 A 或 AB 血型的概率是()

A.0.25 B.0.35 C.0.45 D.0.5

分析：這是相互排斥事件，所以把 A 血型的概率和 AB 血型的概率加起來，

概率是 $P = 0.25 + 0.1 = 0.35$ ，答案是 B。

5. $1232\heartsuit$ 為一 5 位數，其中 \heartsuit 是 0 至 9(包括 0 及 9)內的一個整數。該 5 位數可被 4 整除的概率為()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{10}$

分析：因為 \heartsuit 是 0 至 9(包括 0 及 9)內的一個整數，所以 $1232\heartsuit$ 這個 5 位數共有 10 個，

其中可被 4 整除的是 12320、12324、12328 這三個數，

所以這個 5 位數可被 4 整除的概率為 $P = \frac{3}{10}$ ，答案是 D。

6. 在同一層中有 10 間房,其中 6 間是有人的,其餘的是空置的,待一男孩隨機進入其中一間房後,隨機選出一間房,則該房是沒有人的概率是()

A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{7}{10}$ C. $\frac{9}{25}$ D. $\frac{21}{50}$

分析：這題重點是男孩隨機進入的房間，是有人的還是空置的，會影響之後隨機選出空置房間概率，所以分兩種情況，情況 1：男孩進入的房間是有人的，空房間仍然有 4 間，概率是

$P_1 = \frac{6}{10} \times \frac{4}{10}$ ；情況 2：男孩進入的房間是沒有人的，空房間剩下 3 間，概率是 $P_2 = \frac{4}{10} \times \frac{3}{10}$ ；

所以依據題意的概率是 $P = P_1 + P_2 = \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{25}$ ，答案是 C。

這題學生容易誤會，忽略了計算男孩選房間的概率，直接把概率計算成這樣 $P = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ 。

7. 在一個射擊遊戲中，A 及 B 命中目標的概率分別為 $\frac{1}{3}$ 及 $\frac{1}{4}$ 。A 及 B 輪流射擊，首先命中目標者為勝。若 A 先射，則 B 勝出的概率為()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

分析：在這場射擊遊戲中，A 及 B 輪流射擊，A 是先射，B 是後射，但要 B 勝出，即是 A 每一回合都沒有擊中目標，然後直至到 B 擊中目標才停止；然而 B 有可能在第一回合就擊中目標，也有可能第二回合才擊中目標，如此類推，所以這題的重點是要計算出所有 B 會勝出的情況，而這些情況是無窮的，會利用到無窮遞縮等比數列的公式計算；標記 A 沒有命中目標的概率為

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}, \text{ B 擊中目標的概率為 } P(B) = \frac{1}{4}, \text{ B 沒有擊中目標的概率為 } P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4},$$

依題意的概率是 $P = \underbrace{P(\bar{A}) \cdot P(B)}_{\text{第1回合}} + \underbrace{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(B)}_{\text{第1回合 第2回合}} + \underbrace{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(B)}_{\text{第1回合 第2回合 第3回合}} + \dots$

$$= \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) + \dots$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \dots$$

$$= \frac{1}{6} \times \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots \right]$$

$$= \frac{1}{6} \times \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \right)$$

$$= \frac{1}{3}$$

所以答案是 B。

8. 某遊戲中子健投擲一枚勻稱的骰子兩次，若每擲得一次「6」可得一分，擲得兩個點數之和為質數得兩分，擲得其餘結果得零分，則子健在該遊戲中，得最少兩分的概率是()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

分析：如右圖，黃色為兩枚骰子擲得點數之和為質數的情況，共有 15 種，紅色是擲出兩次「6」，可得兩分的情況，所以最少得分的概率是

$$P = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times 16 = \frac{4}{9}$$
，答案是 C。

點數	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

第 1~7 題的是屬於基礎類型的題目，希望能鞏固普遍學生及提升後進生對知識點的掌握。第 6~8 題是屬於提升類型，希望全面提升學生的綜合運算能力。

◆ 考試模式題目做一做：

老師準備了 5 題課堂練習，讓學生以小組形式完成，希望同儕之間能夠互相幫助，一起解決問題，

學生可以描此 QRcode 提交



1. 某合唱團由 4 名男生和 6 名女生組成。現從中選出 3 名學生組成一支隊伍參加比賽，其中必須括最少一名男生，則有()種組成隊伍的方法。

A.90 B.100 C.116 D.120E.360

(答案 B： $C_4^1 \times C_6^2 + C_4^2 \times C_6^1 + C_4^3 = 100$)

2. 如果三位數的十位數字既大於百位數字又大於個位數字，則這樣的三位數一共有()個

A.240 B.285 C.231 D.243 E.264

(答案 A：可先確定十位數字，然後再寫出百位及個位數字的可能，不妨列表來找出規律)

百位數字的可能	十位數字	個位數字	共有(個)
1	2	0,1	$1 \times 2 = 2$
1,2	3	0,1,2	$2 \times 3 = 6$
1,2,3	4	0,1,2,3	$3 \times 4 = 12$
1,2,3,4	5	0,1,2,3,4	$4 \times 5 = 20$
1,2,3,4,5	6	0,1,2,3,4,5	$5 \times 6 = 30$
1,2,3,4,5,6	7	0,1,2,3,4,5,6	$6 \times 7 = 42$
1,2,3,4,5,6,7	8	0,1,2,3,4,5,6,7	$7 \times 8 = 56$
1,2,3,4,5,6,7,8	9	0,1,2,3,4,5,6,7,8	$8 \times 9 = 72$
合共			240

3. 從七張分別記有數字 1,2,3,4,5,6 及 7 的紙卡，隨機同時抽出兩個數字。則抽出數字之積為奇數的概率是()

- A. $\frac{16}{49}$ B. $\frac{12}{49}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{2}{7}$ E. $\frac{1}{7}$

(答案 D: $P = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$)

4. 4 個男同學，3 個女同學站成一排，剛好同學甲和同學乙間恰好有 3 人的概率是()

- A. $\frac{1}{42}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{1}{6}$ E. $\frac{1}{7}$

(答案 E: $P = \frac{A_2^2 \times A_3^5 \times 3}{A_7^7} = \frac{1}{7}$)

5. 浩榮和偉成輪流投擲飛鏢，直至其中一人擲中目標，而先擲中目標者會勝出遊戲。浩榮和偉成擲中目標的概率分別是 0.6 和 0.7，假設二人在該遊戲中的表現是互相獨立的，而浩榮先投擲飛鏢，則偉成投擲少於 3 次便擲中目標勝出的概率是()

- A.0.28 B.0.3136 C.0.42 D.0.18 E.0.3584

(答案 B: $P = P(\bar{A})P(B) + P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{A})P(B) = 0.4 \times 0.7 + 0.4 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.7 = 0.3136$)

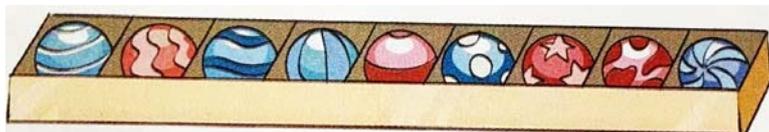
課堂小結：透過本節課的加強練習，希望同學們能夠的掌握各題型的解題思考過程。

課堂作業：

1. 圖中盒子有 9 個格，分別放置了 4 個不同的紅球和 5 個不同的藍球。在下列各情況中，問共有多少種不同的排列？

(A)紅球和藍球放在相間的格中；

(B)沒有紅球被放在相鄰的格中。



2. 某寵物店內有 4 隻白貓、5 隻啡貓、3 隻灰貓和 3 隻黑貓。現從該寵物店中隨機選出 4 隻貓，求該 4 隻貓

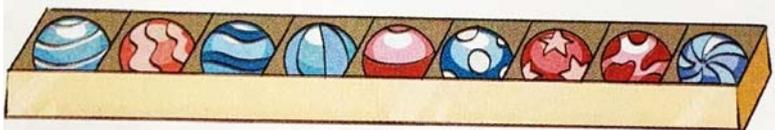
(A)顏色不同的概率；

(B)顏色相同的概率；

(C)有最多 3 種不同顏色的概率。

此兩題讓學生在家先預習，留待下一節課與學生一起討論。

教案

課題	活動課——齊齊來找碴	年級	高三級(理)
教學目標	1. 能運用所學的知識解決問題 2. 建立同儕之間的合作精神		
教學重點	能找出每一道題錯誤的地方		
教學難點	準確地找出每一道題錯誤的地方		
教學過程			
<p>◆ 複習引入：</p> <p>上一節課佈置的兩題，可讓學生當小老師，邀請學生來講解答案，提升學生的成就感。</p> <p>1. 圖中盒子有 9 個格，分別放置了 4 個不同的紅球和 5 個不同的藍球。在下列各情況中，問共有多少種不同的排列？</p> <p>(A) 紅球和藍球放在相間的格中；</p> <p>(B) 沒有紅球被放在相鄰的格中。</p>  <p>分析：</p> <p>(A) $A_5^5 \times A_4^4 = 2880$</p> <p>(B) $A_5^5 \times A_6^4 = 43200$</p> <p>2. 某寵物店內有 4 隻白貓、5 隻啡貓、3 隻灰貓和 3 隻黑貓。現從該寵物店中隨機選出 4 隻貓，求該 4 隻貓</p> <p>(A) 顏色不同的概率；</p> <p>(B) 顏色相同的概率；</p> <p>(C) 有最多 3 種不同顏色的概率。</p> <p>分析：</p> <p>(A) $P_1 = \frac{C_4^1 C_5^1 C_3^1 C_3^1}{C_{15}^4} = \frac{12}{91}$</p> <p>(B) $P_2 = \frac{C_4^4 + C_5^4}{C_{15}^4} = \frac{2}{455}$</p> <p>(C) $P_3 = 1 - P_1 = \frac{79}{91}$</p>			

◆ 課堂活動，齊齊來找碴？

老師準備了 8 題經典類型的題目，讓學生與同桌一起討論，希望學生可以從這些似是而非的答案中，不要迷失，能尋找出真正的答案，對本節內容有更深層的體會。

題號	題目	正確的✓, 若是錯誤的✗, 並寫出正確解法
1	<p>文敏有四張數字卡，分別寫上 0, 0, 4 及 6。她把數字卡排列成一個四位數，共有(C)個可能的組合</p> <p>A. 3 B. 6 C. 12 D. 24</p> <p>解：0 不可以排在千位，只有 4 或 6 可以排在千位，千位的排法是 A_2^1，然後剩下 3 個數字排法是 A_3^3，所以四位數有 $A_2^1 \times A_3^3 = 12$。</p>	<p>0 的確不可以排在千位，但忘了有兩個 0，是重覆排列，所以四位數應有 $\frac{A_2^1 \times A_3^3}{2!} = 6$，答案是 B。</p>
2	<p>8 名小孩，其中 3 名是三胞胎，排成一行準備合照。若該三胞胎必須相鄰而站，則共有(A)種不同的排列</p> <p>A. 720 B. 4 320 C. 20 160 D. 40 320</p> <p>解：三胞胎必須相鄰，排列數為 A_3^3，剩下 5 個小孩排列數為 A_5^5，則排列方法有 $A_3^3 \times A_5^5 = 720$。</p>	<p>三胞胎應該要當成一整體，與剩下的 5 個小孩一起排列，所以排列方法有 $A_3^3 \times A_6^6 = 4320$，答案是 B。</p>
3	<p>5 位高中畢業生，準備報考 3 所高校，每人報且僅報一所，不同的報名方法有(B)種</p> <p>A. 3^5 B. 5^3 C. A_5^3 D. C_5^3</p> <p>解：5 位學生，每人有 3 種選擇，是 5^3。</p>	<p>這是常見的問題，應該是每名學生有 3 種選擇，應該是 3^5，答案是 B。</p>
4	<p>某班學生中，45%的是男生。已知 70%的男生和 20%的女生喜歡觀看恐怖電影。若從該班中隨機選出一名學生，求該學生不喜歡觀看恐怖電影的概率(A)</p> <p>A. 0.24 B. 0.425 C. 0.52 D. 0.575</p> <p>解：有 $(1 - 70\%) = 30\%$ 的男生和 $(1 - 20\%) = 80\%$ 女生不喜歡觀看恐怖電影，隨機選出一名學生不喜歡觀看恐怖電影的概率是 $P = 0.3 \times 0.8 = 0.24$。</p>	<p>這裡忽略了班中男生和女生的數目，班中男生佔 45%，女生佔 55%，不喜歡看恐怖電影的男生有 30%，而女生有 80%，所以隨機選出一名學生不喜歡觀看恐怖電影的概率是 $P = 0.45 \times 0.3 + 0.55 \times 0.8 = 0.575$ 答案是 D。</p>

5	<p>永東成功投籃的概率是 0.4，已知他投了 5 次籃，投中 3 次的概率是(A)</p> <p>A. 0.02304 B. 0.03456 C. 0.3456 D. 0.2304</p> <p>解： $P = 0.4 \times 0.4 \times 0.4 \times 0.6 \times 0.6 = 0.02304$</p>	<p>永東是在 5 次中任意 3 次投中的，概率計算應該要修改為</p> $P = C_5^3 (0.4)^3 (1 - 0.4)^2 = 0.2304$ <p>答案是 D。</p>
6	<p>4 名女生和 2 名男生隨機在巴士站排成一行候車，求下列各事件的概率。</p> <p>(1) 兩名男生排在隊伍的最前方；</p> <p>解： $P_1 = \frac{A_2^2 \times A_4^4}{A_6^6} = \frac{1}{15}$</p> <p>(2) 沒有男生排在一起；</p> <p>解： $P_2 = \frac{A_3^2 \times A_4^4}{A_6^6} = \frac{1}{5}$</p>	<p>(1) 正確的。</p> <p>(2) 利用插空法，4 名女生連同最前及最後兩個位置，共有 5 個空位，可以讓這兩名男生排隊，於是沒有男生排在一起的概率應為</p> $P_2 = \frac{A_5^2 \times A_4^4}{A_6^6} = \frac{2}{3}。$
7	<p>從 1, 2, 3, ..., 1000 中，隨意抽出一個正整數，求以下各事件的概率。</p> <p>(1) 被抽出的數的個位是 4 或 7；</p> <p>解：在 1~1000 中，個位是 4 的正整數有 100 個，同理，個位是 7 的正整數也有 100 個，所以被抽出的數的個位是 4 或 7 的概率是 $P_1 = \frac{100+100}{1000} = \frac{1}{5}。$</p> <p>(2) 被抽出的數可被 5 或 6 整除。</p> <p>解：可被 5 整除的有 $1000 \div 5 = 200$ 個，</p> <p>可被 6 整除的有 $1000 \div 6 \approx 166.67$，即有 166 個，</p> <p>所以可被 5 或 6 整除的概率是 $P_2 = \frac{200+166}{1000} = \frac{183}{500}。$</p>	<p>(1) 正確的。</p> <p>(2) 重覆了同時能被 5 和 6 整除的數，即是 30 的倍數，這樣的整數有 $1000 \div 30 \approx 33.3$，即有 30 個，</p> <p>所以可被 5 或 6 整除的概率是</p> $P_2 = \frac{200+166-33}{1000} = \frac{333}{1000}。$

8	<p>永東和志昌輪流投籃。永東和志昌成功投籃的概率分別為 0.4 和 0.55。已知他們投籃的結果是獨立的。</p> <p>(1) 若永東和志昌各投籃一次，求他們當中只有一人成功投籃的概率。</p> <p>解： $P_1 = 0.4 \times (1 - 0.55) + (1 - 0.4) \times 0.55 = 0.51$</p> <p>(2) 若永東和志昌各投籃兩次，求永東成功投籃的次數比志昌的多的概率。</p> <p>解： $P(A) = 0.4$， $P(\bar{A}) = 0.6$， $P(B) = 0.55$， $P(\bar{B}) = 0.45$，</p> $P_2 = P(A)P(A)P(\bar{B})P(\bar{B}) + P(A)P(A)P(B)P(\bar{B}) + P(A)P(\bar{A})P(\bar{B})$ $= 0.1206$	<p>(1) 正確的。</p> <p>(2) 這兩個地方忽略了永東和志昌第 1 次還是第 2 次投中籃的次數，應該這樣修改：</p> $P_2 = P(A)P(A)P(\bar{B})P(\bar{B})$ $+ P(A)P(A)C_2^1 P(B)P(\bar{B})$ $+ C_2^1 P(A)P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{B})$ $= 0.2088$
---	--	--

同學同桌間互相討論，然後請學生當小老師，給同學們講解他們的發現，並利用實物投影機，把學生的答案投放在螢幕上，解釋得更清楚明白。

小結：透過這兩節課的練習，替學生梳理各知識點，並能掌握、應用在解題上。

試教評估與反思建議

一. 複習：計數原理、排列與組合

排列組合是高中數學的一個重要內容，其解題方法也較獨特，且多樣化，教學中涉及分類與整合、轉化與化歸、正難則反等多種思維方法，是學生望而生畏的一門知識，但排列組合是進一步學好概率的基礎和關鍵，四校聯考的試題中也有其位置，所以做好這部分的複習是至關重要。

縱觀近幾年四校聯考考查排列組合題，要求的特點是基礎且全面，多為課本例題，或習題的遷移編題，難度不大，主要以接近生活的實際情況為主，能否將實際問題合理、正確地轉化成排列組合問題，是解題的關鍵，從形式上看，一般以文字題的形式呈現，以選擇題或填空為主，故此，筆者通過兩個課時去複習相關概念、計算、基本題型，盡量涵蓋全面，如基本解題手段會重點複習捆綁法、插空法、優先法、間接法等；也強調要謹慎審題，準確捕捉關鍵字詞，正確理解題意，分清楚是排、是選，還是先選後排，並以一個正確的邏輯去安排這個事件：分成幾個步驟，每一步驟怎樣做。

課堂上也特別強調一題多解，解排列組合問題並沒有所謂“一定好的思路”，由於每人邏輯思維具差異性，所以處理和解決問題的思路和步驟也會不一樣。筆者通過對典型例題的講解讓學生發現，儘管採用了不同的思路去解題，答案都是一樣的，所以解排列組合問題時，選哪種方法並不重要，只要邏輯清晰合理，計算上沒有失誤，如果正着想問題不行就反着想，關鍵是學生要找到“自己能想到的思路”，就條條大路通羅馬，最終也能算出正確答案。如果答案不對，一定是哪一步的思路不對，通過課堂上的師生互動，老師協助、同儕幫助下，讓學生找出該思路中的誤區。

二. 複習：古典概率

本複習課透過擲硬幣、骰子和抽球等事件，讓學生能快速進入概率的思維模式，然後在前兩節課排列組合複習的鋪墊下，學生更易掌握利用排列組合法求概率的方法，最後複習了 n 次獨立重複試驗中某件恰好發生 k 次的概率計算。

然而，概率這內容題型多變，部份學生只能理解某一類型的解題思路，卻未能舉一反三，一碰到較陌生或有變化的題目，就一籌莫展。故筆者希望透過深入淺出、自主學習，讓學生最

後能夠不拘泥於一個概率問題屬於什麼類型的概率，而是如何去真正理解概率的基本事件數的計算原則。

當然，在整個過程中，學生不只是“聽眾”、“觀眾”，筆者把複習的機會還給學生，採取小組學習的模式，以學科尖子為長的學習小組，平時可以小組為單位進行全方位的表揚和獎勵，這樣既培養了尖子又培養了“小老師”，這樣，帶動了整個班級的數學討論氛圍。

不過由於選題較多，學生未能於課堂內完成，故要求學生利用督課或課後，選出較難的練習先提問及講解，能夠獨自認真完成作業。

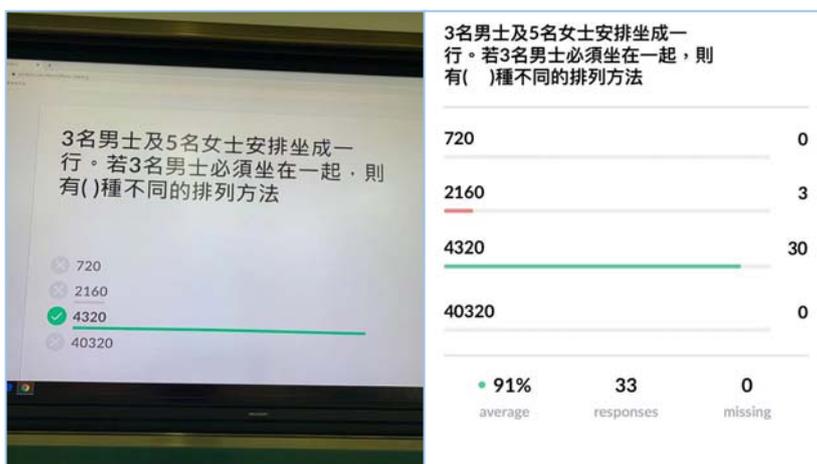
三. 排列組合與概率綜合練習課

高三年級來到最後的複習階段，因為要應付大學入學考試，無可避免的要進行“刷題”，在眾多的試題之下，要怎樣“刷”，才能做到更有效率，又不沉悶呢？筆者作如下安排：

1. 第一節綜合練習課中，首先利用到 Plickers 手機應用程式，每個學生有自己專屬的二維碼，學生回答問題時，只需要把自己的二維碼舉起，老師用手機一掃描，很快便可以統計出學生的答題情況，老師可以因應程式的統計數據，即使回應學生，增添師生間的互動，也令課堂氣氛更活躍。



課堂內使用 Plickers 收集學生的答案



收集完學生的答案後，即時統計出每道題選項的答題情況

2. Plickers 這個手機應用程式，比較適合選擇題類型的題目，但它最多能識別 A,B,C,D 四個選項，而四校入學試的選擇題是五個選項的，所以我們在應用這個程式時，對選項要作一些調整。然而，我們也想保留原題，不想刪除選項，於是使用網上問卷來配合了，這體現在綜合複習課時所掃的二維碼，利用網上問卷的好處是，老師可以預先設定每一題的分數，當學生

完成問卷後，便可以即時知道自己的分數，即時收到回饋，甚至可以知道自己哪一題算錯了，學生往往對於這種即時知道結果的上堂模式很雀躍的；而我們也有考慮到沒有帶手機回校上課的同學，我們以分組形式，由小組長一人提交便可以了，甚至我們有工作紙的配備，同學們也可以提交工作紙。

The image shows a digital quiz interface. At the top right, the score '80' is written in red. The interface is divided into sections: '基本信息' (Basic Information) and '答題詳情' (Answer Details). Under '基本信息', there is a star icon, '得分: 80', and two redacted fields for '開始時間' (Start Time) and '結束時間' (End Time). The '答題詳情' section contains three math problems, each with five multiple-choice options (A-E). The first problem is about combinations, the second is about digit patterns, and the third is about probability. The first two problems have their correct answers (B and A) marked with a red checkmark, while the third has its selected answer (A) marked with a red X.

基本信息

编号ID: ★ 得分: 80

開始時間: [Redacted] 結束時間: [Redacted]

答題詳情

1. 某合唱團由 4 名男生和 6 名女生組成。
現從中選出 3 名學生組成一支隊伍參加比賽，
其中必須包括最少一名男生，
則有()種組成隊伍的方法。
A. 90 B. 100 C. 116
D. 120 E. 360

A B ✓ C
 D E

2. 如果三位數的十位數字既大於百位數字又大於
個位數字，則這樣的三位數一共有()個
A. 240 B. 285 C. 231
D. 243 E. 264

A ✓ B C
 D E

3. 從七張分別記有數字 1, 2, 3, 4, 5, 6 及 7 的紙卡，
隨機同時抽出兩個數字。則抽出數字之積
為奇數的概率是()
A. $\frac{16}{49}$ B. $\frac{12}{49}$ C. $\frac{4}{7}$
D. $\frac{2}{7}$ E. $\frac{1}{7}$

A ✗ B C
 D E

3. 我們應該讓學生體會到自己的每一點進步都是在克服一個又一個問題的基礎上取得的，而自己的每一次失敗都是因為某一個細節沒有做好而導致的，為防止類似的錯誤再發生，在最後一節課，筆者邀請學生來當小老師，齊齊來找錯處。這些錯處都是從他們日常的作業中常見的，面對這些似是而非的答案，非常考驗學生整體的綜合能力，除了對所學知識要掌握之

外，更要靈活運用，才能準確地找出每一題的錯處，這對學生是一種考驗，也是增強學生自信的機會，當學生找到錯處，然後上台向同學們講解自己的發現，除了更鞏固學生對知識點的掌握外，更能建立學生的自信，令他們有榮譽感，讓學生們成為這堂課的主體，對自己的學習做總結！

題號	題目	正確的✓， 若是錯誤的✗，並寫出正確解法
1	<p>文敏有四張數字卡，分別寫上 0, 0, 4 及 6。她把數字卡排列成一個四位數，共有(C)個可能的組合</p> <p>A. 3 B. 6 C. 12 D. 24</p> <p>解：0 不可以排在千位，只有 4 或 6 可以排在千位，千位的排法是 A_2^1，然後剩下 3 個數字排法是 A_3^3，所以四位數有 $A_2^1 \times A_3^3 = 12$。</p>	<p>✗ $\frac{4!}{2!} = 12$</p> <p>$\frac{A_2^1 \times A_3^3}{2!} = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 6$</p>
2	<p>8 名小孩，其中 3 名是三胞胎，排成一行準備合照。若該三胞胎必須相鄰而站，則共有(A)種不同的排列</p> <p>A. 720 B. 4320 C. 20160 D. 40320</p> <p>解：三胞胎必須相鄰，排列數為 A_3^3，剩下 5 個小孩排列數為 A_5^5，則排列方法有 $A_3^3 \times A_5^5 = 720$。</p>	<p>$\Delta \Delta \Delta \times \times \times \times \times$</p> <p>$A_3^3 \times A_5^5 = 4320$</p>

3	<p>5 位高中畢業生，準備報考 3 所高校，每人報且僅報一所，不同的報名方法有(B)種</p> <p>A. 3^5 B. 5^3 C. A_5^3 D. C_5^3</p> <p>解：5 位學生，每人有 3 種選擇，是 5^3。</p>	<p>✓</p>
4	<p>某班學生中，45%的是男生。已知 70%的男生和 20%的女生喜歡觀看恐怖電影。若從該班中隨機選出一名學生，求該學生不喜歡觀看恐怖電影的概率(A)</p> <p>A. 0.24 B. 0.425 C. 0.52 D. 0.575</p> <p>解：有 $(1 - 70\%) = 30\%$ 的男生和 $(1 - 20\%) = 80\%$ 女生不喜歡觀看恐怖電影，隨機選出一名學生不喜歡觀看恐怖電影的概率是 $P = 0.3 \times 0.8 = 0.24$。</p>	<p>0.45×0.3 $+ 0.55 \times 0.8$ $= 0.575$</p>

5 永東成功投籃的概率是 0.4，已知他投了 5 次籃，投中 3 次的概率是(A)

A. 0.02304 B. 0.03456 C. 0.3456 D. 0.2304

解： $P = 0.4 \times 0.4 \times 0.4 \times 0.6 \times 0.6 = 0.02304$

$C_5^3 (0.4)^3 \cdot (0.6)^2 = 0.2304$

6 4 名女生和 2 名男生隨機在巴士站排成一排候車，求下列各事件的概率。

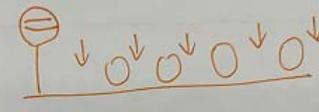
(1) 兩名男生排在隊伍的最前方；

解： $P_1 = \frac{A_2^2 \times A_4^4}{A_6^6} = \frac{1}{15}$ ✓

(2) 沒有男生排在一起；

解： $P_2 = \frac{A_3^3 \times A_4^4}{A_6^6} = \frac{1}{5}$ ✗

$P = \frac{A_4^4 \times A_2^2}{A_6^6} = \frac{2}{3}$



參考文獻

1. 數學 人民教育出版社第二冊下 B
2. 數學 人民教育出版社第三冊(選修 II)
3. 新高中數學與生活 5B 第二版 培生
4. 高中數學新探索(必修部分) 6C 香港教育圖書公司
5. 澳門四高校聯合入學考試 數學科 模擬試卷 第二版 啟迪
6. 輕鬆搞定高中數學 排列組合、概率統計 外語教學與研究出版社

附錄

課堂照片

